

DOCUMENT RESUME

ED 133 183

SE 021 740

AUTHOR Bauersfeld, H., Ed.; And Others
 TITLE Universitat Bielefeld, Institut fur Didaktik der Mathematik, Schriftenreihe des IDM, 4/1975. (University of Bielefeld, Institute for the Teaching of Mathematics, Series of Publications of the IDM, 4/1975.)
 INSTITUTION Bielefeld Univ. (West Germany).
 PUB DATE 75
 NOTE 192p.; For related documents, see SE 021 735-741; Contains occasional small and light type
 AVAILABLE FROM Institut fur Didaktik der Mathematik, Universitat Bielefeld, Heidsieker Heide 94, D-4800 Bielefeld 15, West Germany (no price quoted)
 EDRS PRICE MF-\$0.83 HC-\$10.03 Plus Postage.
 DESCRIPTORS Affective Objectives; *Attitudes; Cognitive Ability; Elementary School Mathematics; Elementary Secondary Education; *Individual Differences; Instruction; International Education; *Mathematics Education; *Research Reviews (Publications); Secondary School Mathematics; *Student Characteristics

ABSTRACT

This document contains seven papers (two written in English, the rest in German) on cognitive and non-cognitive variables in mathematics education. Abstracts of all seven articles are provided both in English and in German. The two English-written papers discuss individual differences that might influence the effectiveness of instruction in mathematics and research on some key non-cognitive variables in mathematics education. The remaining five papers cover the following topics: Individualization in mathematics instruction in grades 5 and 6--outline for the DIMO Project in the Federal Republic of Germany; dispositional variables for mathematics education; self-concept and self-esteem; cognitive styles and mathematics education; and mathematical abilities. (DT)

 * Documents acquired by ERIC include many informal unpublished *
 * materials not available from other sources. ERIC makes every effort *
 * to obtain the best copy available. Nevertheless, items of marginal *
 * reproducibility are often encountered and this affects the quality *
 * of the microfiche and hardcopy reproductions ERIC makes available *
 * via the ERIC Document Reproduction Service (EDRS). EDRS is not *
 * responsible for the quality of the original document. Reproductions *
 * supplied by EDRS are the best that can be made from the original. *

Herausgegeben von: H. Bauersfeld
M. Otte
H.G. Steiner

© Copyright 1975, Universität Bielefeld, Institut für
Didaktik der Mathematik, 4800 Bielefeld 15, Heidsieker
Heide 94

Redaktion: E. Meyer

Gesamtherstellung: Robert Bechauf, Bielefeld

SCHRIFTENREIHE DES IDM

4/1975

"Verhaltenswirksam ist das,
wovon man glaubt, daß und
warum es so und nicht an-
ders sei. Das ist für den
einzelnen wirklich, selbst
wenn es nicht "wirklich"
wirklich ist."

Heinz Heckhausen

In: S.Ertel u.a. 1975, 108

Die Gliederung der Wissenschaftler am IDM in etwa drei Arbeitsgruppen ist nicht nur Ausdruck einer funktionsgemäßen Teilung von Aufgaben- oder Forschungsbereichen, sondern auch die Ausprägung von allmählich deutlicher werdenden Unterschieden in den konzeptionellen Konkretisierungen didaktischer Grundprobleme, von zugeordneten Lösungswegen und Arbeitsmethoden und von den Grundbegriffen selbst. Wir empfinden diese partielle "Auseinandersetzung" als einen positiven und wissenschaftlich anregenden Sachverhalt, der nicht durch abstrakte Einheitsdeklarationen eingeebnet werden darf, sondern in seiner prinzipiellen Offenheit als Spiegelbild der Problemsituation in unserem gemeinsamen Arbeitsfeld erhalten bleiben sollte. Andererseits können die Inhalte der einzelnen Hefte der Schriftenreihe auf dieser Grundlage nicht als "die" Meinung des IDM identifiziert werden, sondern nur als Beiträge der jeweiligen Autoren.

Die Herausgeber

ZU DIESEM HEFT

Mit diesem Heft und dem folgenden legt die Arbeitsgruppe F 1 Ergebnisse ihrer bisherigen Arbeit vor. Den äußeren Anlaß dazu bietet die vom 1. - 5.9.1975 in Wasserlos (Spessart) von der Gruppe veranstaltete interdisziplinäre Arbeitstagung über "Schlüsselvariablen im Mathematikunterricht". Die Teilnehmer waren, neben Mitgliedern des IDM:

Diederich, Jürgen, Prof.Dr., Universität Frankfurt (Main)
 Easley, Jack A., Prof.Dr., University of Illinois, Urbana, USA
 Eisner, Elliott W., Prof.Dr., Stanford University, Palo Alto, USA
 Freudenthal, Hans, Prof.Dr., IOWO, Utrecht, Niederlande
 Hopf, Diether, Prof.Dr., Max-Planck-Inst.f.Bildungsforschung, Berlin
 Kilborn, Wiggo, Prof.Dr., Göteborgs Universitetet, Mölndal, Schweden
 Kilpatrick, Jeremy, Prof.Dr., University of Georgia, Athens, USA
 Lundgren, Ulf, Prof.Dr., Stockholms Universitetet, Stockholm, Schwed
 Resnick, Lauren B., Prof.Dr., LRDC, University of Pittsburgh, USA
 Seiler, Thomas Bernhard, Prof.Dr., Freie Universität Berlin
 Skowronek, Helmut, Prof.Dr., Universität Bielefeld
 Suydam, Marilyn N., Prof.Dr., Ohio State University, Columbus, USA
 Van Bruggen, Johan, Dr. IOWO, Utrecht, Niederlande

Die Tagung diente zur Vorbereitung eines Forschungs- und Entwicklungsprojektes zur Differenzierung im Mathematikunterricht der Orientierungsstufe (DIMO), das die Stiftung Volkswagenwerk und das Rektorat der Universität Bielefeld inzwischen genehmigt haben. Die Referate der Tagung, inzwischen unter Einbeziehung der Diskussion und weiterer Literatur umgearbeitet, sind in diesem und dem anschließenden Heft 5 abgedruckt (Bauersfeld, Kilpatrick, Suydam, Easley, Resnick, Lundgren/Kilborn). Die übrigen Texte sind Arbeitspapiere, die teils zur Vorbereitung der Tagung, teils in der Nachbereitung entstanden sind.

Heinrich Bauersfeld

Rainer Jansen

Jens Holger Lorenz

Hendrik Radatz

INHALT

CONTENTS

Redaktionelle Anmerkung	II
Zu diesem Heft	III
Differenzierung im Mathematikunterricht der Orientierungsstufe - Umriss des DIMO-Projektes von Heinrich Bauersfeld	1
Zur Bedeutung dispositioneller Variablen im Mathematikunterricht von Rainer Jansen, Jens Holger Lorenz und Hendrik Radatz	27
Selbstkonzept und Selbsteinschätzung (self-concept and self-esteem) von Jens Holger Lorenz	49
Individual Differences that might influence the effectiveness of instruction in mathematics von Jeremy Kilpatrick	67
Kognitive Stile und Mathematikunterricht von Hendrik Radatz	83
Research on some key non-cognitive variables in mathematics education von Marilyn N. Suydam	105
Mathematische Fähigkeiten von Norbert Biemann und Hans-Werner Niedworok	137

KURZFASSUNG DER BEITRÄGE IN DIESEM HEFT

H. BAUERSFELD: Differenzierung im Mathematikunterricht der Orientierungsstufe - Umriss des DIMO-Projektes

In unserem Schulsystem gewinnen die Klassen 5 und 6 eine besondere Brückenfunktion durch die Einrichtung der Orientierungsstufe. Insbesondere der Mathematikunterricht ist dabei problematisch, wegen seiner selektiven Rolle für die weitere Schullaufbahn, wegen der vorherrschenden Leistungsdifferenzierung und wegen der Schwierigkeiten, die Inhalte, Methoden und Lernsituationen im Hinblick auf die individuellen Bedingungen der Schüler zu bestimmen. Der Artikel diskutiert die Randbedingungen und Beschränktheiten der gegenwärtigen Situation des Mathematikunterrichts in dieser Stufe. Dementsprechend soll das DIMO-Projekt alternative Differenzierungskriterien und diagnostische Hilfen entwickeln sowie Curriculummaterial (Modelle), und es soll Hilfen bzw. geeignete Organisationsformen für die Lehrerfortbildung erproben. Die Verfahren folgen im wesentlichen den Empfehlungen des Deutschen Bildungsrates zur "schulnahen Curriculumentwicklung".

R. JANSEN, J.H. LORENZ, H. RADATZ: Zur Bedeutung dispositiv-neller Variablen im Mathematikunterricht

Der Beitrag diskutiert zunächst die Gesichtspunkte für die Auswahl von Variablen auf der Seite der individuellen Dispositionen. Die Bedeutung dieser Variablen für den Prozeß des Mathematiklernens wird auf der Grundlage einzelner theoretischer Ansätze und empirischer Befunde eingeschätzt. Dabei gehen die Autoren näher auf die Intelligenzfaktoren, die Kreativitätsmerkmale, das Gedächtnis, die Angst sowie auf demographische Merkmale ein. Schließlich wird die Abgrenzung gegenüber dem Konzept von "trait-treatment-interaction" hervorgehoben.

J.H. LORENZ: Selbstkonzept und Selbsteinschätzung

Als Persönlichkeitsvariable aus dem affektiv-sozialen Bereich wird das Selbstkonzept näher diskutiert. Es wird eingegangen auf die prinzipielle Problematik seiner Abgrenzung und Messung sowie des spezifischen Teilbereichs, der beim Mathematiklernen wirksam wird. Empirische Befunde speziell zur Korrelation zwischen Selbstkonzept und Leistung im Fach Mathematik in den Klassen 4 bis 7 werden diskutiert. Abschließend werden didaktische Vorschläge unterbreitet.

J. KILPATRICK: Individuelle Unterschiede, die die Wirkung des Mathematikunterrichts beeinflussen

Der Artikel untersucht, wie sich Unterricht auf individuelle Unterschiede einstellen kann. Die Unterscheidung von Zielen im Mathematikunterricht und Strategien zu ihrer Erreichung und ihre verschiedene Abhängigkeit von individuellen Unterschieden werden herausgearbeitet. Das ATI-Modell wird

Alle mögliche Verfahrensweise diskutiert, um für den Prozeß des Mathematiklernens relevante und mit verschiedenen Strategien unterschiedlich korrelierende Fähigkeiten zu bestimmen. Seine Möglichkeiten und Grenzen werden kritisch geprüft sowie eine Weiterführung unter Miteinbeziehung sowjetischer Forschungsergebnisse vorgeschlagen.

H. RADATZ: Kognitive Stile und Mathematikunterricht

Alle eine wertvolle Ergänzung der bisherigen Erkenntnisse zu den kognitiven Voraussetzungen beim Auseinandersetzen mit mathematischen Inhalten werden die kognitiven Stile und ihre Interaktionseffekte angesehen. Aufgrund der vorliegenden Befunde scheinen drei Stildimensionen besonders relevant: die Begriffsbildungsstile analytisch-deskriptiv, schließend-kategorial und relational; die Wahrnehmungsstile feldabhängig vs. feldunabhängig und das konzeptuelle Tempo impulsiv vs. reflektiert. Diskutiert werden Innovationsmöglichkeiten im Hinblick auf die Sensibilisierung des Lehrers für seine Interaktionen mit den Schülern sowie auf die Mehrwegmethode bei der Gestaltung curricularer Einheiten.

M.N. SUYDAM: Untersuchungen zu einigen nicht-kognitiven Schlüsselvariablen im Mathematikunterricht

Es wird von der These ausgegangen, daß den Persönlichkeitsfaktoren aus dem affektiv-sozialen Bereich beim Lernen von Mathematik eine vergleichbare Bedeutung zukommt wie denen aus dem kognitiven Bereich. Der Artikel gibt einen Überblick über die empirischen Befunde aus den letzten Jahren bezogen auf den Mathematikunterricht der Klassenstufen 4 bis 8. Dabei werden im wesentlichen Untersuchungen zu den Einstellungen der Schüler und Lehrer, zum Selbstkonzept der Schüler und der Angst im Mathematikunterricht referiert.

N. BIERMANN, H.W. NIEDWOROK: Mathematische Fähigkeiten

Das theoretische Interesse in dem hypothetischen Konstrukt "mathematische Fähigkeiten" - dem Feld intellektueller Fähigkeiten, das sich auf Mathematik bezieht - ist in der gleichen Weise gewachsen wie es sich mehr und mehr ausdifferenzierte. Die Struktur mathematischer Fähigkeiten für den Mathematikunterricht zu analysieren, bedeutet Muster von Fähigkeitsklassen zu konstruieren und von individuell unterschiedlicher abgrenzbarer Leistung. Aufgrund der Befunde zu mathematischen Fähigkeiten muß man offenbar zwei Forschungsrichtungen unterscheiden: faktorenanalytische Studien, die sich an Intelligenztheorien orientieren und deskriptive Studien auf der Basis der Psychologie des Denkens. Befunde und Ergebnisse beider Forschungsrichtungen werden diskutiert und Vorschläge für weitere didaktische Forschung angegeben.

ABSTRACTS OF THE ARTICLES

H. BAUERSFELD: Individualization in Mathematics Instruction in Grades 5 and 6 - Outline for the DIMO-Project

Within the German school system grades 5 and 6 have a bridging function between primary and secondary stages. Particularly mathematics education is problematic due to the selective role related to the school career, due to the predominant grouping by achievement scores, and due to the difficulties in adapting the learning environments to the needs of the individual learner. The article discusses the frame and the constraints of the present situation of mathematics education in these grades. According to this the DIMO-project will have to produce alternative criteria for individualization and diagnostic aids for a proper grouping, curriculum materials, as well as aids and organizational models for in-service teacher training. The procedures will follow the ideas of a school-related, pragmatical curriculum development as described in the expertises of the German Educational Council.

R. JANSSEN, J.H. LORENZ, H. RADATZ: The Relevance of Dispositional Variables for Mathematics Education

The article discusses the reasons for the selection of certain variables concerning individual dispositions. An assessment of the important role of these variables in the process of learning mathematics is given on the basis of theoretical and empirical results. In detail intelligence factors, creativity, memory, anxiety and demographic characteristics and the differences to the concept of "trait-treatment-interaction" are to be discussed.

J.H. LORENZ: Self-Concept and Self-Esteem

Self-concept as a personality factor of the affective-social domain is discussed. The author enters in the problematic nature of its definition and measurement and its specific part affecting the learning of mathematics. Empirical studies concerning the correlation between self-concept and achievement in mathematics in grades 4 to 7 are reviewed. Finally didactical recommendations are made.

J. KILPATRICK: Individual Differences that might influence the Effectiveness of Instruction in Mathematics

The article studies how mathematics instruction can be adapted to individual differences. The distinction between goals in mathematics instruction and strategies to attain these goals as well as their different relations to individual differences is emphasized. The ATI-model is recognized as a means to identify abilities relevant to the process of learning mathematics and their different relations to certain strategies.

The possibilities and limits are critically reflected, including results of soviet research.

H. RADATZ: Cognitive Styles and Mathematics Education

Cognitive styles are regarded as a valuable contribution to the known findings concerning the process of mathematical learning. Reviewing the empirical research results three dimensions seem to be relevant: the conceptual style dimensions analytic-descriptive, deductive-kategorial and relational; the perceptual style field-dependant vs. field-independent; and the conceptional tempo impulsive vs. reflective. Inferences for innovation are discussed emphasizing the aspect of sensibilizing the teacher for his interactions with the students and the multipath approach for the construction of alternative curriculum units.

M.N. SUYDAM: Research on Some Key Non-Cognitive Variables in Mathematics Education

The article is based on the thesis that personality factors from the affective-social domain are of the same importance for the learning of mathematics as those of the cognitive domain. The author reviews the empirical outcomes of the last years concerning mathematics education in grades 4 through 8. In detail, she discusses students' and teachers' attitude, students' self-concept, and anxiety.

N. BIERMANN, H.-W. NIEDWOROK: Mathematical Abilities

The theoretical interest in the hypothetical construct 'mathematical ability' - the field of intellectual ability concerned with mathematics - has grown in the same way as it has developed more and more differentiated. Analysing the structure of mathematical abilities for mathematics education means constructing patterns of classes of abilities and of individually differentiated distinctly marked achievement. Reviewing research in mathematical abilities one obviously has to distinguish two directions of research: factoranalytic studies orientated on theories of intelligence, and descriptive studies based on the psychology of thinking. Studies and results from both lines of research are discussed and directions for further didactic research are given.

DIFFERENZIERUNG IM MATHEMATIKUNTERRICHT DER ORIENTIERUNGSSTUFE Umriss des DIMO-Projektes

von Heinrich Bauersfeld

"Von allen Fehlern der Schulmathematik war ihre Nutzlosigkeit der ernsteste. ... in der Theorie dem Schüler das Recht der Nacherfindung zubilligen und in der Praxis nichts tun, daß es wirksam werde, ist vielleicht noch schlimmer."

Hans Freudenthal (1973, S.113/114)

1. EINLEITUNG

Als Selektionsfach oder Leistungsfach verstanden, spielt der Unterricht in Mathematik im frühen Mittelteil unseres Schulwesens eine Rolle, die die Schullaufbahn eines jeden Schülers wesentlich beeinflusst. Dies ist nicht nur ein Spiegel der Bedeutung der Mathematik in der modernen Gesellschaft, sondern auch eine Folge der mit der Exaktheit der Sache Mathematik selbst verbundenen Vorstellungen von der Exaktheit der Leistungsbeurteilung in diesem Fach¹⁾ und von der frühen Stabilität der zugeordneten Fähigkeiten. Nun ist dies selbst bei einfachen Aufgaben problematisch, wie die Untersuchung von H. RADATZ (1976) über den Einfluß bestimmter Schüler-Lehrer-Interaktionen auf die Mathematikleistungen und die Analyse von L. RESNICK (siehe Heft 5 der IDM-Schriftenreihe) zeigen. Erst recht müssen derartige Vorstellungen als problematisch gelten für die Einschätzung der Fähigkeiten zum Finden, Formulieren und Lösen von komplexeren Problemen und ihrem Zusammen-

1) Bezeichnenderweise hat es nie eine der Mengenlehredebatten in der Grundschule vergleichbare öffentliche Reaktion auf die viel weitergehenden Inhaltsreformen in der Sekundarstufe gegeben. Freilich betreibt die Grundschule eine - aus dieser Sicht - "unexakte" moderne Mathematik, was offensichtlich entsprechende Beurteilungsschwierigkeiten und -zweifel nach sich zog.

hang mit den Lernvoraussetzungen und den Lernbedingungen.

Dementsprechend nimmt der Glaube an die Zuverlässigkeit dieser Beurteilungen des Schülerfolgs von den Eltern über die Lehrer bis zu den Wissenschaftlern beträchtlich ab. Bildungs- und Schulpolitiker findet man auf allen Ebenen dieses Vertrauensgefälles; überzeugt von der Stabilität der individuellen Unterschiede und der Verlässlichkeit der Beurteilungsmethoden, vertreten sie eine frühe Selektion nach Leistung, z.B. im Rahmen des bestehenden dreigliedrigen Schulsystems, gemildert durch das Versprechen auf leichtere Korrektur der Entscheidungen, oder sie unterstützen von den entgegengesetzten Prämissen her die Verteilung der Chancenzuweisungs-Prozesse auf einen längeren Zeitraum oder überhaupt die Verschiebung in spätere Schulabschnitte, z.B. im Rahmen von Gesamtschulen, schulformunabhängigen Orientierungsstufen u.ä.

Durch die reformierten Organisationsstrukturen brechen jedoch die ungelösten alten Probleme wieder durch: der Mangel an diagnostischen und curricularen Hilfen, das Unbehagen an der Leistungsdifferenzierung (gerade auch in Gesamtschulen), der Widerspruch zwischen Förderungsabsicht und Ausleseaufgabe, um nur einige zu nennen. Manches in der Entwicklung erinnert an ein Innovations-Paradigma, das Per Dalin vor kurzem während einer Tagung in Bielefeld (vgl. Heft 6 der IDM-Schriftenreihe) erzählte:

"Über dem Pazifik, eine Stunde nach dem Start, tönt es aus den Bordlautsprechern: 'Meine Damen und Herren, hier spricht Ihr Kapitän, ich begrüße Sie an Bord des planmäßigen Fluges San Francisco - Tokio. Ich habe eine angenehme und unangenehme Nachricht für Sie. Die unangenehme zuerst: unser Bordradar ist ausgefallen und wird sich auch nicht reparieren lassen, wir fliegen zur Zeit ohne Orientierung. Und nun die angenehme Mitteilung: wir werden von einem starken Rückenwind begünstigt, der unsere Geschwindigkeit erfreulicherweise fast verdoppelt.'"

Ein Projekt kann selbstverständlich nicht die Gesamtheit der anstehenden Probleme lösen, aber es kann auch nicht ohne den Versuch einer umfassenden Kenntnisnahme und Analyse der Aus-

gangssituation als Basis für die spätere sinnvolle Beschränkung begonnen werden. In diesem Sinne gliedern sich die folgenden Ausführungen in einen kurzen vorgehenden Überblick über die Projektabichten (1.), eine ausführlichere Begründung verbunden mit einer Analyse der Ausgangssituation (2.) und Einzelheiten aus den Vorarbeiten und zur Arbeitsorganisation (3.).

2. ÜBERBLICK ÜBER ZIEL, VERFAHREN, PRODUKTE UND ADRESSATEN

Ziel des Projektes ist die Verbesserung des Mathematikunterrichts im kritischen Abschnitt des Übergangs von der Primarstufe zur Sekundarstufe, Orientierungsstufe genannt, in Richtung auf eine gerechtere (Selektion) und effektivere (Förderung) Gestaltung durch

- .1 Bestimmung der wichtigsten Dispositions- und Prozesselemente des Mathematiklernens im Unterricht und ihre Verarbeitung in ein pragmatisches Modell (Handlungsmodell für den Lehrer)
- .2 Entwicklung von spezifischen Kriterien und Diagnosehilfen für die innere Differenzierung in heterogenen Schülergruppen in Ergänzung und Korrektur der herrschenden Leistungs-differenzierung
(Differenzierungskonzept und Diagnoseverfahren)
- .3 Entwicklung von entsprechenden Unterrichtseinheiten zu Standardthemen des 5. und 6. Schuljahres, jedoch nicht in Form vollständiger Jahreskurse oder Lehrbücher
(Modelle von Unterrichtseinheiten) und damit eng verbunden
- .4 Entwicklung von übertragbaren Handlungs- und Organisationsmodellen für kooperative Lehrerarbeitsgruppen an einzelnen oder benachbarten Schulen sowie Folgerungen für die Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung
(Disseminations-Strategien und -Materialien)

Grundlegendes Verfahrensprinzip ist eine empirisch soweit wie

möglich abzusichernde praxisnahe Curriculumentwicklung im Sinne der Empfehlung des Deutschen Bildungsrates. Dementsprechend sollen die Differenzierungskriterien und Diagnoseschilfen, das Handlungsmodell und die Unterrichtsentwürfe in enger Kooperation mit kleinen Gruppen von Lehrern entwickelt und unter Beteiligung von Vermittlungsagenturen der mittleren Ebene, d.h. den beiden bestehenden Regionalen Pädagogischen Zentren und einigen Lehrerfortbildungsinstituten erprobt werden. Die hierzu erforderliche Analyse der gegenwärtigen Ausgangsbedingungen im Unterricht soll sich in Ziel und Darstellung diesem pragmatischen Zweck unterordnen, d.h. sich nicht zur Grundlagenforschung verselbständigen.

Curriculumentwicklung schließt hier etwas umfassender als üblich neben der Voraussetzungsanalyse sowie dem Schüler- und Lehrermaterial für den Unterricht auch Material und Strategien für die projektunabhängige Verbreitung der Ansätze und Folgerungen für die Lehrerausbildung ein. Die Adressaten sind daher einerseits die Schüler und andererseits die Lehrer in ihrer Doppelfunktion als Lehrende in der Klasse und als Kooperationspartner mit anderen Lehrern. Eltern und Schulverwaltung müssen in angemessener Form informiert und beteiligt werden. Daneben besteht die Hoffnung, daß die Projekterfahrungen selbst auch anderen Entwicklungsgruppen dienlich sein können, weshalb von Anfang Querbeziehungen angestrebt werden.

Das von der Stiftung Volkswagenwerk im Rahmen ihres CUM-Programmes geförderte Projekt wird von einer Arbeitsgruppe am IDM geleitet (H.Bauersfeld, R.Jansen, J.H.Lorenz und H.Radatz). Beratung und Unterstützung haben die Vorbereitungsarbeiten vor allem durch Herrn Prof.Dr. H.Skowronek, Universität Bielefeld, erfahren. Das gilt auch für die Herren Prof.Dr. Jürgen Diederich, Universität Frankfurt, Prof.Dr. Jack E.Easley, University of Illinois, Urbana, Prof.Dr. Hans Freudenthal, IOWO, Utrecht, Prof.Dr. Diether Hopf, Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin, Prof.Dr. Jeremy Kilpatrick, University of Georgia, Athens, Prof.Dr. Ulf Lundgren, Univer-

sität Stockholm und Prof.Dr. Franz E. Weinert, Universität Heidelberg, die z.Zt. den wissenschaftlichen Beirat des Projektes bilden.

3. BEGRÜNDUNG DER WAHL, AUSGANGSSITUATION UND VORGABEN

Die Entscheidung für das Problemfeld Mathematikunterricht in der Orientierungsstufe unter dem Anspruch einer Umorientierung der Individualisierungs- und Differenzierungs-Praxis bezieht sich auf grundlegende politische, soziale und pädagogische Vorgaben:

3.1 Nach der Vereinbarung der Ständigen Konferenz der Kultusminister (1974) soll der Schüler in der Orientierungsstufe:

- seine individuellen Lernmöglichkeiten erfahren und erproben können,
- über die Ziele und Anforderungen der weiterführenden Bildungsgänge und die Eignungsvoraussetzungen informiert werden und
- Hilfe bei der Wahl des weiteren Bildungsweges erhalten;
- regional und sozial bedingte Bildungsunterschiede sollen ausgeglichen werden.

Damit verbunden, will man die "Entscheidung über die Schullaufbahn der Schüler bis Ende der Klasse 6 offenhalten, um sie dadurch auf eine verlässlichere Grundlage zu stellen".

In der Regelung der Verfahren waren die Kultusminister weit zurückhaltender. So soll der "Unterricht in der Regel noch im Klassenverband" erfolgen. "Zur inneren Differenzierung kann die äußere Differenzierung treten", und "in jedem Fall muß ein Wechsel zwischen Leistungsgruppen ... möglich bleiben". Hier wird deutlich innerer Differenzierung der Vorrang gegeben, sehr im Gegensatz zur vorherrschenden Praxis eines raschen Übergangs zu Formen äußerer Differenzierung bereits

im 5. Schuljahr, und zwar in allen Bundesländern (vgl. die Bestandsaufnahme bei Ziegenspeck 1975).

Die Verwirklichung der damit gesetzten Ziele in der Schulpraxis setzt hinreichend klare Vorstellungen über die "individuellen Lernmöglichkeiten" des Schülers, über methodische Wege zu ihrer Förderung und Erprobung, über die Art der Entscheidungshilfen für den Schüler sowie über Umfang und Möglichkeiten des geforderten Ausgleichs "regional und sozial bedingter Bildungsunterschiede" voraus. Jedenfalls für den Mathematikunterricht ist diese Klarheit der Vorstellungen bisher nicht erreicht, ganz zu schweigen von Überlegungen zu einer "differenzierten Differenzierung" als Überwindung der äußerlichen Organisationsschemata, für die Hellmut Becker im Vorwort zum Gutachten von P.M. ROEDER (1974, S.8) plädiert.

3.2 Der Deutsche Bildungsrat hat in seinem vor kurzem erschienenen "Bericht 75" über Entwicklungen im Bildungswesen u.a. den Entwicklungsstand der Orientierungsstufe in den einzelnen Bundesländern analysiert und vergleichend dargestellt, und zwar mit besonderer Akzentuierung der Fächer Mathematik und Englisch. Die Analyse der Reformintentionen, der Lehrpläne, der Lehrbücher und der Differenzierungskriterien im Lernangebot des 5. und 6. Schuljahres in den verschiedenen Bundesländern führt zum Ergebnis,

- daß die *"gegenseitige Abhängigkeit von Reformen der Lehrinhalte und von organisatorischen oder strukturellen Veränderungen des Bildungswesens"* unübersehbar deutlich ist,
- daß die *"in den Lernmitteln (in der Regel durch Zusatzstoffe)"* angebotenen Differenzierungsmöglichkeiten *"eher im Sinne der Verteilung von Schülern nach ihrer Lerngeschwindigkeit als im Sinne einer Förderung nach individuellen Lernvoraussetzungen"* wirken,
- daß *"die Differenzierung der Schüler in Leistungsgruppen, ... aus der Struktur der Lernanforderungen des Mathematik- und*

Englischunterrichts fachdidaktisch nicht zureichend begründet werden kann" und

- * daß daher "entschiedener als bisher an die Didaktik die Frage" gestellt werden muß, "ob Differenzierungen weiterhin ausschließlich oder vornehmlich so wie bisher mit Unterschieden in der Lerngeschwindigkeit gerechtfertigt werden können".

Verbunden mit einem grundsätzlichen Votum für die Einrichtung schulformunabhängiger Orientierungsstufen spricht die Bildungskommission folgende Empfehlungen aus:

- "Alternativ zur Leistungsdifferenzierung" soll für die Orientierungsstufe "eine Lernorganisation aufgebaut werden", die an den unterschiedlichen "Lernvoraussetzungen und an den jeweils auftretenden Lernausfällen der Schüler orientiert ist" und die "die Möglichkeit der Förderung über unterschiedliche Lernwege" nutzt mit dem Ziel, "möglichst viele Schüler die gesetzten Lernziele erreichen zu lassen".
- Dazu müßten "die Fachdidaktiken sich stärker an fachübergreifenden Lernzielen orientieren", und
- es sollte "eine Verklammerung von Curriculumentwicklung und Lehrerweiterbildung, die den Kontakt zwischen Unterrichtspraktikern und Wissenschaftlern in der nötigen Breite ermöglicht, ... die Ausbildung der Lehrer im Sinne der Empfehlung zur praxisnahen Curriculum-Entwicklung ergänzen".
(Sämtliche Hervorhebungen vom Verf.)

Hiermit wird die Richtung für konstruktive Änderungen deutlicher abgesteckt. Die genannten Empfehlungen sollen als Vorgaben für das Projekt gelten.

3.3 Eine Übersicht zur gegenwärtigen Praxis der Differenzierung und der Organisation der Orientierungsstufe in den Bundesländern gibt die Tabelle auf S. 8/9.

Tabelle 1: Orientierungsstufen (OS) in den einzelnen Bundesländern (Stand Anfang 1975)

Land	Entwicklungsstand	rechtliche Regelung	Art der Differenzierung im Mathematikunterricht	Richtlinien
BADEN- WÜRTTEMBERG	seit Herbst 1974 Ver- suchsprogramm mit 19 OS, davon 6 schulformunabhän- gig	offen, endgültige Entsch. über Orga- nisat.-Form nach Versuchsabschluß	äußere Differenzierung nach Lei- stungsniveau ab 6.Schuljahr	Lehrplankommissi arbeitet seit Fr jahr 1973, Entw liegen vor
BAYERN	im Schuljahr 1974/75 wurden 18 OS als Versu- che geführt, davon 6 schulformunabhängig	offen, allgemeine Einführung 1976/77 vorgesehen, wahr- scheinlich schul- formabhängig	äußere Differenzierung ab zweite Hälfte 5.Schuljahr, jedoch nur in OS an Haupt- schulen (nicht an Gymnas.)	"Curricularer La plan für Mathema in der OS" vom D zember 1974
BERLIN	die letzten beiden Schuljahre der sechs- jährigen Grundschule nehmen OS-Funktion wahr	OS ist Teil der Grundschule, Schulgesetz von 1952	nur innere Differenzierung bis einschl. 6.Schuljahr, jedoch Vorbereitung auf spä- tere äußere Differenzierung	"Organisation de Unterrichts" in Klassen 5 und 6 Grundschule (196
BREMEN	Erprobung von Entwür- fen in 5.Klassen (OS) und Lehrplanteilen in 6.Klassen an Gesamt- schulen	schulformunabhän- gige OS für alle Schüler verbind- lich ab 1977/78, Brem.Schulgesetz Entwurf Nov.1974	"gleitendes Differenzierungs- system", das neben "Kernun- terricht" auf Zeit "Stütz- und Projektgruppen" zuläßt, jedoch keine Selektion	Kommission seit "Informationen z OS" Heft 3/1974
HAMBURG	seit 1968 für alle Schüler des 5./6.Schul- jahres "Beobachtungs- stufe", schulformabhän- gig (an HS, RS und Gym- nasien), seit 1973 Vor- bereitung der schul- formunabhängigen OS	schulformunabhän- gige OS als Regel- schule vorgesehen, Termin noch offen	keine Fachleistungskurse im 5.Schuljahr, aber "Förder- unterricht" (gegen Anpassungs- schwierigkeiten und für Auf- steiger), leistungshomogene Gruppierung nur auf Zeit, keine Versetzung in die 6.Klasse	"Richtlinien für Erziehung und de terricht auf der achtungsstufe" 19 "Richtlinien und pläne, Beobachtu stufe" 1973

elle 1: Orientierungsstufen (OS) in den einzelnen Bundesländern (Stand Anfang 1975)

Entwicklungsstand	rechtliche Regelung	Art der Differenzierung im Mathematikunterricht	Richtlinien
seit Herbst 1974 Versuchsprogramm mit 19 OS, davon 6 schulformunabhängig	offen, endgültige Entsch. über Organisat.-Form nach Versuchsabschluß	äußere Differenzierung nach Leistungsniveau ab 6.Schuljahr	Lehrplankommission arbeitet seit Frühjahr 1973, Entwürfe liegen vor
im Schuljahr 1974/75 wurden 18 OS als Versuche geführt, davon 6 schulformunabhängig	offen, allgemeine Einführung 1976/77 vorgesehen, wahrscheinlich schulformabhängig	Äußere Differenzierung ab zweite Hälfte 5.Schuljahr, jedoch nur in OS an Hauptschulen (nicht an Gymnas.)	"Curricularer Lehrplan für Mathematik in der OS" vom Dezember 1974
die letzten beiden Schuljahre der sechsjährigen Grundschule nehmen OS-Funktion wahr	OS ist Teil der Grundschule, Schulgesetz von 1952	nur innere Differenzierung bis einschl. 6.Schuljahr, jedoch Vorbereitung auf spätere Äußere Differenzierung	"Organisation des Unterrichts" in den Klassen 5 und 6 der Grundschule (1968)
Erprobung von Entwürfen in 5.Klassen (OS) und Lehrplanteilen in 6.Klassen an Gesamtschulen	schulformunabhängige OS für alle Schüler verbindlich ab 1977/78, Brem.Schulgesetz Entwurf Nov.1974	"gleitendes Differenzierungssystem", das neben "Kernunterricht" auf Zeit "Stütz- und Projektgruppen" zuläßt, jedoch keine Selektion	Kommission seit 1972 "Informationen zur OS" Heft 3/1974
seit 1968 für alle Schüler des 5./6.Schuljahres "Beobachtungsstufe", schulformabhängig (an HS, RS und Gymnasien), seit 1973 Vorbereitung der schulformunabhängigen OS	schulformunabhängige OS als Regelschule vorgesehen, Termin noch offen	keine Fachleistungskurse im 5.Schuljahr, aber "Förderunterricht" (gegen Anpassungsschwierigkeiten und für Aufsteiger), leistungshomogene Gruppierung nur auf Zeit, keine Versetzung in die 6.Klasse	"Richtlinien für die Erziehung und den Unterricht auf der Beobachtungsstufe" 1968, "Richtlinien und Lehrpläne, Beobachtungsstufe" 1973

HESSEN	seit 1955 Versuche mit "Förderstufe", prakt. schulformunabhängig, (1974 bereits Hälfte aller Schüler erfaßt)	schulformunabhängige OS ist Regelschule, Einschränkung durch BVG-Urteil von 1972	"Kursunterricht" mit Leistungsniveaudifferenzierung ab 5.Schuljahr und mit besonderen "Übergangskursen"	"Rahmenrichtlinien Sekundarstufe I - Mathematik" 1973
NIEDER-SACHSEN	seit 1971 Versuche mit schulformunabhängiger OS, (1974 über 200), nach negat.Erfahrungen mit Förderstufen an Hauptsch. u.Eingangsstufen an Realschulen und Gymnasien	schulformunabhängige OS als Regelschule seit 1973 im Aufbau, Abschluß 1978, Nds. Schulgesetz Mai 1974	nach Erprobung von Formen der inneren und äußeren Differenzierung sowie von "Arbeitsgemeinschaften und Förderkursen" auf Zeit jetzt üblich Fachleistungskurse ab 2.Halbjahr 5.Schuljahr	"Rahmenplan Mathematik in der Sekundarstufe 1974,, "Lehrzielkomplexe" 1
NORDRHEIN-WESTFALEN	Versuche mit schulformunabhängiger OS bisher aufgeschoben	offen (Regierungsentwurf Mai 1974 abgelehnt, Gesetz von 1975 klammert OS aus)	neben "Kernunterricht" auch Wahldifferenzierung vorgesehen (Leistungsdifferenzierung nur für Fremdsprachen)	"Richtlinien und Lehrpläne für die Orientierungsstufe in NRW 1974
RHEINLAND-PFALZ	seit 1968 Versuche mit schulformübergreif.Eingangsstufen an Haupt- u.Realsch. bzw. Realsch. u.Gymnas., seit 1971 auch schulformunabhängige Versuche	regional schulformabhängige oder -unabhängige OS gemäß Eltern/Lehrerwunsch, Schulgesetz vom Nov.1974	Differenzierung durch"Niveaugruppen" und "Ergänzungsunterricht", keine Versetzung in die 6.Klasse	Lehrplanentwurf Mathematik-Orientierungsstufe 1974
SAARLAND	seit 1971 Versuche mit schulformunabhängiger OS	schulformunabhängige OS Regelschule ab 1976/77, Schulgesetz von 1973	flexible Differenzierung, stabile Lerngruppen erst in der letzten Phase der OS	"Entwürfe lernzielorientierter Lehrpläne" 1974
SCHLESWIG-HOLSTEIN	seit 1971 abhängige OS an Haupt-, Realschulen und Gymnasien	schulformabhängige OS seit 1971	"Kern- und Kursunterricht" (letzterer als Übergangshilfe), "Schrägversetzung" zu den OS an anderen Schultypen möglich	"Richtlinien für den Unterricht in der OS 1971

Quellen: "Bericht '75" der Bildungskommission des Deutschen Bildungsrates und ein nicht veröffentlichtes Diskussionsdokument von Hans Bußmann und Hendrik Radatz vom Februar 1975)

	seit 1955 Versuche mit "Förderstufe", prakt. schulformunabhängig, (1974 bereits Hälfte aller Schüler erfaßt)	schulformunabhängige OS ist Regelschule, Einschränkung durch BVG-Urteil von 1972	"Kursunterricht" mit Leistungs-niveaudifferenzierung ab 5.Schuljahr und mit besonderen "Übergangskursen"	"Rahmenrichtlinien Sekundarstufe I - Mathematik" 1973
	seit 1971 Versuche mit schulformunabhängiger OS, (1974 über 200), nach negat.Erfahrungen mit Förderstufen an Hauptsch. u.Eingangsstufen an Realschulen und Gymnasien	schulformunabhängige OS als Regelschule seit 1973 im Aufbau, Abschluß 1978, Nds. Schulgesetz Mai 1974	nach Erprobung von Formen der inneren und äußeren Differenzierung sowie von "Arbeitsgemeinschaften und Förderkursen" auf Zeit jetzt üblich Fachleistungskurse ab 2.Halbjahr 5.Schuljahr	"Rahmenplan Mathematik in der Sekundarstufe I" 1974, "Lehrzielkomplexe" 1974
	Versuche mit schulformunabhängiger OS bisher aufgeschoben	offen (Regierungsentwurf Mai 1974 abgelehnt, Gesetz von 1975 klammert OS aus)	neben "Kernunterricht" auch Wahldifferenzierung vorgesehen (Leistungsdifferenzierung nur für Fremdsprachen)	"Richtlinien und Lehrpläne für die Orientierungsstufe in NRW" 1974
	seit 1968 Versuche mit schulformübergreif.Eingangsstufen an Haupt- u.Realsch. bzw. Realsch. u.Gymnas., seit 1971 auch schulformunabhängige Versuche	regional schulformabhängige oder -unabhängige OS gemäß Eltern/Lehrerwunsch, Schulgesetz vom Nov.1974	Differenzierung durch "Niveaugruppen" und "Ergänzungsunterricht", keine Versetzung in die 6.Klasse	Lehrplanentwurf Mathematik-Orientierungsstufe 1974
	seit 1971 Versuche mit schulformunabhängiger OS	schulformunabhängige OS Regelschule ab 1976/77, Schulgesetz von 1973	flexible Differenzierung, stabile Lerngruppen erst in der letzten Phase der OS	"Entwürfe lernzielorientierter Lehrpläne" 1974
	seit 1971 abhängige OS an Haupt-, Realschulen und Gymnasien	schulformabhängige OS seit 1971	"Kern- und Kursunterricht" (letzterer als Übergangshilfe), "Schrägversetzung" zu den OS an anderen Schultypen möglich	"Richtlinien für den Unterricht in der OS" 1971

3.4 Inhaltliche und organisatorische Vorgaben sind durch die Ausschreibung der Stiftung Volkswagenwerk gesetzt worden. Im Rahmen ihres Schwerpunktprogrammes zur "Ausbildungsforschung und -förderung" hat die Stiftung im Herbst 1974 zum letzten Male seit mehreren Jahren Projekte zur "Curriculumforschung und -entwicklung im Bereich der Mathematik (CUM)" ausgeschrieben. Das Ziel des Programmes CUM ist u.a. "die wissenschaftliche Konzipierung und Entwicklung von Curricula im Bereich der Mathematik für die allgemeinbildenden Schulen". Im vorliegenden Zusammenhang haben die folgenden Anforderungen an Projekte besondere Bedeutung:

- ° Sie "sollen die Bedingungen einer schulnahen Curriculum-entwicklung erfüllen", d.h. Wissenschaftler und Lehrer sollen beteiligt sein,
- ° die "Übertragbarkeit der Ergebnisse" soll angestrebt werden, dazu gehört insbesondere eine "Disseminationsstrategie einschließlich der Möglichkeit einer unmittelbaren Schulerprobung", und
- ° es soll "das Verhältnis zur Lehreraus- und/oder -fortbildung" einbezogen werden.

Unsere Entscheidung für die Differenzierung im Mathematikunterricht der Orientierungsstufe wird auch mittelbar unterstützt durch die Prioritäten, die eine etwa gleichzeitige Ausschreibung der Kommission Erziehungswissenschaft der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG 1974) in ihrem II. Schwerpunktprogramm "Lehr-Lern-Forschung" gesetzt hat. Dort heißt es ausdrücklich, es seien "Untersuchungen nötig über den wechselseitigen Zusammenhang von

1. Lehr- und Lernzielen mit besonderer Berücksichtigung von Intentionalität und Thematik,
2. Lehr- und Lernstrategien,
3. einzusetzenden Medien,
4. Persönlichkeitsvariablen bei Lehrenden und Lernenden" (S.970/971).

Des weiteren sollen "kognitive Theorien" bevorzugt werden, das bedeutet erklärtermaßen den Ausschluß von psychoanalytischen und S-R-Theorien, schließt aber "die Einbeziehung motivationaler, sozialpsychologischer und affektiver Variablen" nicht aus. Die Theorien sollen sich "im weitesten Sinne an der schulischen Anwendbarkeit orientieren". Dazu soll "die unterrichtspraktische Bedeutung" der Ergebnisse in Feldversuchen kontrolliert werden.

Schließlich wünscht die Kommission

- die besondere Berücksichtigung der "Probleme der Individualisierung und Differenzierung des Lehrens und Lernens",
- die Einschränkung "auf die Altersstufe der 5. und 6. Klassen"
- und die Beschränkung auf die "Fächer Mathematik und Englisch" (S.971).

Sie erwartet längerfristige Untersuchungen in Form eines Forschungstyps, der zwischen Grundlagenforschung und Anwendungsforschung liegt, d.h. der "sowohl die Theoriebezogenheit als auch die besonderen situativen Bedingungen der Praxis berücksichtigt". Lösungsvorschläge werden erwartet im Hinblick auf

- die "Strukturen der Lehrmaterialien"
- das "Lehrerverhalten"
- die Organisation von "Individualisierung und Differenzierung ... unter den institutionellen Bedingungen des gegenwärtigen Schulsystems" und
- die Gestaltung "entsprechender Lehrerausbildungsprogramme" (S.972).

In Hinsicht auf die relativ offenen, für uns jedoch verbindlichen Vorgaben der Stiftung Volkswagenwerk braucht die Übereinstimmung mit den Vorstellungen im DIMO-Projekt nicht betont zu werden. Doch kann auch die große Nähe zu den Vorstellungen der DFG-Kommission Erziehungswissenschaft hinsichtlich der Ziel- und Produkterwartungen festgehalten werden. Die Unterschiede bestimmen sich vorwiegend aus der Entwicklungsabtontheit (Pragmatik) des DIMO-Projektes.

3.5. Im Hinblick auf die Entscheidungen für das Entwicklungsprojekt haben in diesem Bereich vier Probleme grundlegende Bedeutung. Sie bilden gewissermaßen den Hintergrund zu der vorstehend skizzierten Ausgangssituation.

3.5.1 Der ungelöste Widerspruch zwischen der Förderungsfunktion und der Auslesefunktion des Unterrichts. Förderung zielt auf Abbau von Chancenungleichheit; Auslese macht Ungleichheit zum Kriterium von Chancenzuweisungen. Förderung meint optimale individuelle Entwicklung eines jeden Schülers, d.h. als Einzelner und in heterogenen Gruppen; Auslese bewirkt seine Zuweisung in einen der Zweige des dreigliedrigen Schulsystems oder in einen entsprechenden Kursus einer Gesamtschule, (solange diese an die Abschlüsse des dreigliedrigen Schulsystems gebunden ist), oder einer schulformunabhängigen Orientierungsstufe und ist damit auf Homogenität als Verfahrenskriterium festgelegt¹⁾.

Die Forderung nach dem Hinauszögern der Zuweisungsentscheidungen oder nach ihrer späteren Korrigierbarkeit, beides im Interesse der optimalen individuellen Förderung (siehe "Bericht '75"), sind Indizien für den Widerspruch. Sie werden im Mathematikunterricht nur scheinbar durch die Einheitlichkeit der Inhalte erleichtert, die fast alle Länder-Richtlinien den 5. und 6. Schuljahren unabhängig von der Schulreform vorschreiben. Die Auslese orientiert sich nämlich am Grad der Beherrschung dieser Inhalte und dieser wird nicht nur nach der dafür erforderlichen Zeit bemessen, sondern auch nach dem verbalen Abstraktheitsgrad der Darstellungen. Es bleibt näher zu untersuchen, was für eine Art von "Leistung" dabei bewertet wird und nach welchen Kriterien bzw. Normen dies geschieht (vgl. hierzu J. Raschert 1974, S.53-55). Doch muß die Schule die Aufgabe der Auslese ernst nehmen und

1) Folgerichtig kennen daher Gymnasien - von verschwindend wenigen Ausnahmen abgesehen - keine innere Differenzierung, die ja nur in einer als heterogen verstandenen Gruppe möglich wird.

aufnehmen, sonst wird diese durch andere erledigt, später, und sehr wahrscheinlich schmerzlicher, unsensibler und sicher auch sozial ungerechter.

Im übrigen ist auch der Begriff der Förderung problematisch: Wird z.B.

- a) ein Minimalkanon mathematischer Inhalte von allen Schülern gefordert: "zielerreichendes Lernen", mastery learning, Fundamentum im Lehrplan usf., oder werden
- b) verschiedene Profile mathematischer Fähigkeiten gemäß den individuellen Voraussetzungen und Entwicklungsverläufen gefördert, wie dies KLAUS TREUMANN in seiner Analyse mathematischer Leistungsdimensionen (1974) in Abhebung gegen eine "naive Differenzierungspraxis" (a.a.O., S.317) andeutet und wie dies schlichter einige Richtlinien durch die Unterscheidung verschiedener Anspruchsniveaus hinsichtlich der Darstellungsformen desselben Inhalts - handelnd, bildhaft bis symbolisch oder umgangssprachlich bis fachsprachlich-abstrakt - aufzunehmen scheinen, so z.B. in Niedersachsen und Nordrhein-Westfalen?

Einen Minimalkanon von allen Schülern zu erwarten hat jedenfalls die Konsequenz, daß dem Schüler mit ungünstigen Lernvoraussetzungen mehr Zeit im Mathematikunterricht gewidmet werden muß, daher "Liftkurse", "Anschlußkurse", "Förderunterricht" usw. Hat andererseits nicht auch der schnelle Lerner Anspruch auf optimale Förderung? Mit anderen Worten: Muß das Erreichen eines Fundamentums durch möglichst viele (alle) Schüler mit der Vernachlässigung der hocheffolgreichen Lerner bezahlt werden? Die Zustimmung hierzu würde - wenn überhaupt - leichter fallen, wenn es ein einmütig anerkanntes und legitimes Fundamentum gäbe.

3.5.2 Die Alleinherrschaft der Leistungsdifferenzierung. Die Differenzierung nach Leistung entspricht bestimmten gesellschaftlichen Vorstellungen von der Eindimensionalität der Intelligenz, ihrer Stabilität und Unveränderbarkeit (Begabung)

und von der Stichhaltigkeit darauf gründender Chancenzuweisungen. Daran hat auch Heinrich Roths "Begabung und Lernen", 1969, mit der Gegenthese vom "Begaben" nur wenig geändert.

Ihre wesentlich organisatorische Abwicklung in der Schulpraxis ist weitgehend operationalisiert in Form mathematischer Standardarbeiten, Tests, feststehender Bewertungsschlüssel usw. Sie erfordert entsprechend wenig Voraussetzungen und ist daher einfach handhabbar, unerschwellig gestützt zudem durch das Prestige der Objektivität empirisch-messender Verfahren. Jede denkbare Alternative muß demgegenüber aufwendiger an Arbeit und Zeit, voraussetzungs- und risikoreicher, also schwieriger erscheinen. So werden bereits flexiblere Modelle noch innerhalb der Leistungsdifferenzierung als "nur theoretisch beste Lösung" abklassifiziert (vgl. Marlene Hoenen in J. Ziegenspeck 1975, S.258).

Aus der Struktur des Beschäftigungswesens oder aus Bedarfsermittlungen für bestimmte Berufszweige jedenfalls lassen sich die gegenwärtigen inhaltlichen Leistungsanforderungen der Schulmathematik weder der Art noch dem Umfang nach ableiten oder begründen. Hans Freudenthal hat dies temperamentvoll und vielfach begründet (siehe das einleitende Zitat von ihm). Damit wird keineswegs der Leistungsanspruch schlechthin in Frage gestellt, wohl aber seine Ausprägungen im Mathematikunterricht der Schule und insbesondere die darauf gegründeten Selektionsentscheidungen, deren Wirkungen nicht selten den Absichten und den allgemeinen Lernzielen zuwiderlaufen.

3.5.3 Der empfindliche Mangel an geeigneten Differenzierungskriterien anderer Art und an methodischen Hilfen für eine wirksamere Individualisierung des Unterrichts ist ein Ausdruck für die Unterentwickeltheit didaktischer Unterrichtsforschung. Die einseitige Stoffbezogenheit der Mathematik-Didaktik weicht nur sehr langsam anderen Denkkategorien und Analyseverfahren. So behandelt eine erst 1974 erschienene Didaktik über "Grundfragen des Mathematikunterrichts" Differenzierungsprobleme über-

haupt nicht. Die inhaltsbezogene Diskussion von individuellen Unterschieden und von Merkmalen des Lernprozesses hat sich bei uns noch kaum entwickelt. Dementsprechend fehlen alternative Differenzierungskriterien, diagnostische Hilfen und differenzierendes Unterrichtsmaterial.

Die bekannten Schwächen der üblichen Leistungsdifferenzierung faßt DIETHER HOPF (1974, S.49) wie folgt zusammen:

- Mangelnde Stabilität des Kriteriums
- Hohe Fehlerquote wegen der Ungenauigkeit der Zuweisungsverfahren
- Mangelnde Abstimmung des Unterrichts auf die Lernvoraussetzungen der Schüler
- Selbstbestätigungseffekt der Zuweisung ("Pygmalion"-Effekt)
- Negative Auswirkung auf nicht-kognitive Merkmale der Schüler
- Soziale Selektion

Sie sind nur zum Teil im Mathematikunterricht überprüft worden, doch darf ihre Generalisierbarkeit als sehr wahrscheinlich gelten.

Sicher kann man sagen: ohne eine Berücksichtigung der Ursachen für individuelle Leistungsdifferenzen und Lernausfälle, wie etwa die unterschiedlichen sozialen und schulischen Lernbiographien der Kinder, unterschiedliche Wahrnehmungs-, Denk- und Verhaltensstile, unterschiedliche Effekte bestimmter Lernsituationen und Lerninhalte bei verschiedenen Gruppen von Kindern, die Wirkungen von Kausalattributionen, charakteristische Unterschiede im Prozeßverlauf des Lernens usw. dürfen von einer Therapie kaum mehr als zufallsartige Erfolge erwartet werden. Hierfür liegt eine große Zahl von Befunden vor, von denen bisher jedoch nur wenig für den Unterricht fruchtbar gemacht worden ist. Dabei wäre sorgfältig zu prüfen, welche Elemente dieser Art relevant und praktikabel zugleich sind und wie sie zur Korrektur der gängigen Prozeduren eingesetzt und durchgesetzt werden können.

Hier liegt eine echte didaktische Entwicklungsaufgabe vor,

und zwar nicht im Sinne einer bloßen Reparatur von relativ enggefaßten kognitiven Leistungsdefiziten, sondern eingebettet in allgemeine fachübergreifende Sinnzusammenhänge, die z.B. Kenntnisse und Fähigkeiten mit Selbststeuerung und Handlungsbereitschaft verbinden.

3.5.4 Die zähe Resistenz des bestehenden Unterrichtssystems. Die gewohnten Organisationsformen, Verhaltensnormen und Vorgaben jeglicher Art - "hidden curriculum", sozialer Kontext usw. - bestimmen ein sehr stabiles Gleichgewicht des sozialen Subsystems, das Unterricht heißt, und das nur äußerst träge auf Änderungstendenzen reagiert. Innovationen in diesem Feld verlangen immer Normenwechsel, Einstellungs- oder Verhaltensänderungen. So sind z.B. unreflektiert wirkende Einstellungen bei allen am Unterricht Beteiligten aufweisbar, die sich auf Normen der Leistung, auf Begabung und Entwicklungsmöglichkeiten einzelner Schüler, auf die Unterrichtsorganisation usw. beziehen, und die den Unterrichtsprozeß unkontrolliert mitbedingen (vgl. E.Cohen, 1972, S.444f.). Doch muß man auch die positive Schutzfunktion derartiger Mechanismen sehen, die das System vor den Folgen der viel häufigeren unsinnigen Anstöße bewahren.

Korrekturen an einzelnen Faktoren, wie z.B. die alleinige Variation von Organisationsformen ohne Änderung der eingebrachten Normen- und Verhaltensfixierungen oder das Austauschen von mathematischen Inhalten im Lehrplan ohne Einbeziehung von situativen und methodischen Bedingungen oder die Favorisierung bestimmter Unterrichtsprinzipien - z.B. des heuristischen Prinzips - ohne Beachtung von individuellen Merkmalen bzw. von Interaktionen oder auch die Veränderung fachübergreifender Lernziele ohne die Einbeziehung der erforderlichen Einstellungsänderungen beim Lehrer, - sie alle haben bei kritischer Durchsicht der vorliegenden Erfahrungen als Reformansätze wenig Aussicht auf nachhaltige Verbesserung des Unterrichtserfolges. Dies gilt offenbar auch für sehr unterschiedliche Gesellschaftssysteme, wie z.B. Untersuchungen zur "Schülerdia-

agnostik" in der DDR¹⁾ zeigen.

Es gibt keine hinreichend einfache und "praktische" Theorie, die das komplexe Feld des Lehrens und Lernens (von Mathematik) ordnet und die Orientierung der Handelnden ermöglicht. Es bestehen Zweifel an der grundsätzlichen Möglichkeit einer solchen umfassenden Theorie (vgl. E. Cohen 1972, S. 450). Dagegen gibt es brauchbare Theorieansätze für Teilaspekte, die sich möglicherweise zu realisierbaren Lösungen verbinden lassen. Das können zur Zeit nur hinreichend pragmatische Prozeßmodelle für relevante Ausschnitte im Handlungsfeld sein und diese lassen sich nur in engem Wechselbezug mit der Unterrichtspraxis entwickeln.

4. VORARBEITEN UND ARBEITSSTRATEGIEN IM DIMO-PROJEKT

Am einfachsten lassen sich die Vorarbeiten von ihrer Orientierung auf die vorgesehenen Produkte des Projektes hin beschreiben. Ich folge dabei ihrer kurzgefaßten Aufzählung in dem ersten Überblickskapitel.

4.1 Die Orientierung möglicher Handlungsmodelle an den Lernvoraussetzungen und Lernaussfällen der Schüler, entsprechend den zitierten Empfehlungen (siehe S. 6), aber auch die Erarbeitung von alternativen Differenzierungskonzepten und von Diagnoseverfahren führen auf die in 1.1 genannten Voraussetzungen, d. h. auf die Bestimmung der wichtigsten Dispositions- und Prozeßelemente des Mathematiklernens im Unterricht. Hier wird deshalb von "Elementen" und nicht von Faktoren gesprochen, weil die pragmatische Zielsetzung und der Stand der Unterrichtsforschung keine vollständige Beschreibung in Faktoren erlauben und daher - mindestens teilweise -

1) So berichtet H. BREUER in "Psychologische Beiträge" Heft 9, Volk und Wissen VEB Berlin 1968, S. 28/29, daß das Lehrerurteil bei 34% der "Arbeiter- und Bauernkinder" schlechter ausfällt als ein objektiveres Testergebnis, während in keinem Fall "Kinder aus Intelligenzkreisen" von den Lehrern nennenswert unterschätzt wurden.

andere Einheiten erfordern. Für die Identifikation derartiger Elemente und ihrer Beziehungen schienen der Projektgruppe u.a. folgende Arbeiten wichtig:

4.1.1 Eine Dokumentation über vorliegende Literatur zu Dispositionen zum Mathematiklernen und zu Prozeßvariablen. Dazu gehören stabile, prozeßrelevante Persönlichkeitsvariablen beim Schüler und beim Lehrer, ebenso wie stärker prozeßgebundene Variablen. Wenn Unterricht als sozialer Prozeß verstanden wird und Mathematiklernen als ein konstruierender, Bedeutung generierender und in ein immer schon vorhandenes System integrierender Prozeß, dann muß von derartigen Faktoren und ihren Wechselwirkungen wesentlicher Einfluß erwartet werden. Schätzungen sehen durch diese Merkmale etwa 40% der Schulleistungsvarianz aufgeklärt (vgl. Simons, Weinert und Ahrens 1975, S.1).

Der nachfolgende Artikel von R.Jansen, J.H.Lorenz und H.Radatz gibt einen Einblick in die Bereiche Intelligenz, Kreativität, Gedächtnis, Angst und demographischer Merkmale. Der daran anschließende Text von J.H.Lorenz faßt die Ergebnisse zum Selbstkonzept zusammen und H.Radatz gibt einen Überblick über die Bedeutung kognitiver Stildimensionen im Mathematiklernen. Eine Zusammenfassung zum Verhältnis des bildhaften und des sprachgebundenen Denkens schließlich folgt in Heft 5 dieser Schriftenreihe.

Ein wichtiges Resultat der Betonung des Prozeßcharakters verdient bereits an dieser Stelle hervorgehoben zu werden: verschiedene Untersuchungen machen deutlich, daß sich der Einfluß einiger Variablen im zeitlichen Verlauf des Lernprozesses ändert, daß also die übliche Vorstellung vom zeitlich "invarianten Variablenmuster", das den Lernerfolg in verschiedenen Abschnitten des Lernprozesses durchgängig bestimmt, aufgegeben werden muß. So zeigt sich bei der Untersuchung von Rechenleistungen, daß die Bedeutung der Allgemeinen Intelligenz für die Leistung mit dem Fortschreiten

in einer Lernsequenz zu komplexeren Aufgaben abnimmt, gleichzeitig jedoch die Bedeutung der Ängstlichkeit und der lehrgangsspezifischen Vorkenntnisse zunehmen. Diese Trends sind jedoch nicht unabhängig von den aktuellen Lernbedingungen: "Je weniger es einem Lehrer gelingt, die individuellen Lernprozesse Schritt für Schritt zu organisieren, umso niedriger muß die durchschnittliche Kriteriumsleistung der Klasse sein, umso größeres Gewicht kommt der Allgemeinen Intelligenz bei der Varianzaufklärung zu und umso nachteiliger wird sich ein solcher Unterricht auf die weniger befähigten Schüler auswirken" (Simons, Weinert und Ahrens 1975, S.16). Diese Befunde stehen im Widerspruch zu den theoretischen Unterrichtsmodellen von Atkinson, Bloom und Carroll, die sämtlich von stabilen Variablensystemen ausgehen.

4.1.2 Didaktische Lernanalysen. In Form von Unterrichtsbeobachtungen durch Lehrer und durch Wissenschaftler werden Fallstudien zusammengetragen über das Verhalten einzelner Schüler beim Aufgabenlösen, beim Begriffslernen und beim Üben im Mathematikunterricht und in Nachhilfestunden. Wenn der Unterrichtsinhalt als Gegenstand immer ein "Didaktisches Konstrukt" ist in Unterscheidung vom Gegenstand der fachwissenschaftlichen Diskussion, aus deren Sicht er "elementarisiert", "veranschaulicht", "transformiert", wenn nicht "deformiert" oder "pädagogisiert" erscheint, dann kann Lernen verstanden werden als ein Wechselwirkungsprozeß zwischen der kognitiven Struktur des Schülers, dem didaktischen Konstrukt, das der Lehrer vertritt, und den Gegenstandsstrukturen der Fachwissenschaft (vgl. L. Resnick in Heft 5 dieser Schriftenreihe). Wir wissen viel über didaktische Konstrukte und Fachwissenschaft, aber fast nichts über die mathematikbezogenen kognitiven Strukturen von Individuen. "The means presently available to schoolmen for diagnosing children relative to difficulties in educational development are painfully meager", so WILLIAM D. ROHWER (in Mussen 1970, S.1426).

Die Didaktischen Lernanalysen sollen Aufschluß geben über typische Formen von inhaltlichen Vorkenntnissen, über bereits entwickelte kognitive Strukturen, über die Abrufbarkeit, über Stilmerkmale der Informationsaufnahme und der Verarbeitungsprozesse beim Schüler, und zwar bezogen auf bestimmte mathematische Inhalte und auf bestimmte Situationen. Mit dem Versuch der Klassifikation der Phänomene in den Studien verbindet sich die Absicht, zu einer Diagnose häufiger Lernschwierigkeiten und einer Analyse der jeweils angewendeten erfolgreichen Therapien zu gelangen. Die Fallstudien erscheinen daher als ein aussichtsreiches Mittel, um über individuelle Prozeßprofile Übertragbare oder generalisierbare Unterrichtshilfen zu gewinnen. Der Ansatz von K. TREUMANN (1974) zur Aufspaltung der Mathematikleistung in verschiedene Leistungsdimensionen dient dabei als weiterzuentwickelnde Orientierungshilfe, weniger die von V.A.Krutetskii isolierten speziellen mathematischen Fähigkeiten (siehe den Artikel von N.Biermann und H.-W.Niedworok am Schluß dieses Heftes), weil sie ältere Jahrgänge als die Orientierungsstufe betreffen.

4.2 Die Entwicklung von Curriculumeinheiten zum Thema ist notwendig an eine Analyse der gegenwärtigen Differenzierungspraxis in den 5. und 6. Schuljahren der allgemeinbildenden Schulen gebunden. Soweit dies Organisationsmodelle der Differenzierung betrifft und empirische Untersuchungen zu deren Effektivität und Auswirkungen, gibt es eine Reihe von zusammenfassenden Berichten, meist auf Länderebene. Im Hinblick auf die Curriculum-Materialien selbst, d.h. Schulbücher, Arbeitsblätter, Entwürfe von Gesamtschulgruppen usw., auf deren Konstruktionsmerkmale und zugrundeliegende Leitvorstellungen ist dies bisher nicht geleistet (siehe hierzu meinen Artikel in Heft 5).

4.3 Die nachstehende Tabelle gibt eine Übersicht über den Planungsstand des Projektes. Von Zeitangaben ist abgesehen worden, weil einerseits durch den gegenwärtigen Aufbaustopp des IDM der Arbeitsgruppe F1 wichtige Stellen entsprechend dem Strukturplan fehlen und weil andererseits die mit dem 3. Internationalen Kongress zum Mathematikunterricht im August 1976 verbundenen Berichtsvorbereitungen die Arbeitskapazitäten schwer kalkulierbar machen.

<p>Vorbereitung: <u>1. Internat. Workshop</u> zur Individualisierung im Mathematikunterricht</p> <ul style="list-style-type: none"> * Schlüsselvariablen zum Mathematiklernen * Beschreibungssysteme für Unterrichtstheorien <p>Aufarbeitung relevanter Literatur, Vorversuche zu den didaktischen Lernanalysen, Repräsentativbefragung von Lehrern in NRW über Art und Umfang der im 5. und 6. Schuljahr tatsächlich behandelten Inhalte, Arbeitskontakte mit den Regionalen Pädagogischen Zentren in Aurich und Bad Kreuznach, dem Institut für Lehrerfortbildung in Bremerhaven u.a.</p>	
Verfahren	Entscheidungen/Ergebnisse
<p><u>1. Phase</u></p> <p>.1 Informelle Diagnose in wenigen Klassen, Fallstudien zur Erfassung von individuellen Aspekten im Prozeß des Mathematiklernens (Berücksichtigung dominanter Lernwege, situations- und bereichsspezifische didaktische Fehler- bzw. Lernanalysen.</p> <p>.2 Erhebung eines breiten Spektrums individueller Dispositionen bei Lehrern und Schülern</p>	<p>Auswahl relevanter Dispositionsvariablen, Versuch einer Klassifikation didaktischer Fehler, Generierung vorläufiger Arbeitshypothesen zum Zusammenhang zwischen individuellen Eigenarten des Lernprozesses und Dispositionsvariablen sowie zu Interaktionen zwischen Schülermerkmalen und Unterrichtsvariablen</p>
<p>Vertiefung: <u>2. Internat. Workshop</u> zur Individualisierung im Mathematikunterricht</p> <ul style="list-style-type: none"> * Präzisierung der theoretischen Grundlagen und der Hypothesen in Richtung auf ein Handlungsmodell für den Lehrer * Möglichkeiten der formellen Erhebung der individuellen Prozeßaspekte 	

<p><u>2. Phase</u></p> <p>Empirische Überprüfung der Hypothesen in etwa 10 Klassen (nach ausgewählten Variablen und in ausgewählten mathematischen Leistungsbereichen)</p>	<p>Festlegung der Variablen, Entwurf von Differenzierungskriterien</p>
<p><u>3. Phase</u></p> <p>Entwicklung erster multimedialer Materialien für Schüler (Unterrichtseinheiten) und für Lehrer (Diagnosehilfen) unter intensiver Einbeziehung von Lehrern nach den Prinzipien "praxisnaher Curriculumentwicklung"</p>	<p>Präzisierung eines Differenzierungskonzeptes, Entwürfe für Unterrichts- und Diagnose-Material sowie zur Lehrerinformation</p>
<p>Vertiefung: <u>3. Internat. Workshop</u> zur Individualisierung im Mathematikunterricht</p> <ul style="list-style-type: none"> * Probleme lehrergerechten Diagnosematerials zur Differenzierung * Organisation und Stabilisierung kooperativer Lehrerarbeitsgruppen 	
<p><u>4. Phase</u></p> <p>Erprobung des entwickelten Unterrichts- und Diagnosematerials im Zusammenhang mit der kooperativen Entwicklung von Handlungsmodellen und von Materialien zur Lehrerfortbildung (Multiplikatoren, Professionalisierung)</p>	<p>Korrektur des Differenzierungskonzeptes und der Materialien, Entwürfe von Disseminationsstrategien und von Handlungsmodellen für die Lehrerfortbildung</p>
<p>Vertiefung: <u>4. Internat. Workshop</u> zur Individualisierung im Mathematikunterricht</p> <ul style="list-style-type: none"> * Probleme der Übertragbarkeit der entwickelten Strategien und Materialien, * Bedeutung für die Lehrerbildung, * Folgerungen für die formelle Evaluation 	

<p><u>5. Phase</u></p> <p>Formelle Erprobung aller Materialien in breitem Feldversuch mit etwa 40 Klassen, zugleich Erprobung der Übertragbarkeit der Verfahren auf nicht mehr direkt angeleitete Lehrergruppen, Endauswertung der Ergebnisse</p>	<p>Aussagen über die Bedeutung der Schlüsselvariablen im Mathematiklernen, über die Qualität des Differenzierungsmodells (Kriterien/Diagnose/Unterrichtseinheiten), über die Effektivität der Disseminationsstrategien und über die Entwicklungsverfahren</p>
<p>Abschluß: <u>5. Internat. Workshop</u> zur Individualisierung im Mathematikunterricht</p> <ul style="list-style-type: none"> * Zur abschließenden Beurteilung der Verfahren und * der Ergebnisse des Projektes und möglicher Folgerungen 	

Anmerkungen: Die Workshops sind zugleich Sitzungen des jeweils erweiterten wissenschaftlichen Beirates.

Zwischen den Phasen werden Überlappungen entstehen, so daß die lineare Anordnung nur eine Rahmenplanung bezeichnen kann.

LITERATUR

- Arbeitsgruppe Orientierungsstufe (J.Ziegenspeck u.a.) : Auswertung von Erfahrungsberichten der Orientierungsstufen Niedersachsens 1973/1974. Lüneburg 1975
- Bronfenbrenner U. : Wie wirksam ist kompensatorische Erziehung? Stuttgart 1974
- Brophy J.E.
Good T.L. : Teacher-Student Relationships: Causes and Consequences. New York 1974
- Cohen E.G. : Sociology and the Classroom. Review of Educational Research 1972 (42), 4, 441-452
- Cronbach L. : Beyond the Two Disciplines of Scientific Psychology. Paper at APA. New Orleans 1974
- Dalín P. : Case Studies of Educational Innovation, Vol. IV: Strategies for Innovation in Education. OECD Paris 1973
- Deutscher Bildungsrat : Empfehlungen der Bildungskommission - Zur Förderung praxisnaher Curriculumentwicklung. Bonn 1974
- Deutscher Bildungsrat : Bericht '75. Bonn 1975
- DFG-Kommission Erziehungswissenschaften : Erziehungswissenschaftliche Schwerpunktprogramme. Zeitschrift für Pädagogik 1974 (20), 6, 967-972
- Dunkin M.J.
Biddle B.J. : The Study of Teaching. New York 1974
- Edelstein W.
Hopf D. (Hrsg.) : Bedingungen des Bildungsprozesses. Stuttgart 1973
- Ertel S.
Kemmler S.
Stadler M. (Hrsg.) : Gestalttheorie in der modernen Psychologie. Darmstadt 1975
- Flammer A. : Individuelle Unterschiede im Lernen. Weinheim 1975
- Freudenthal H. : Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band I und II. Stuttgart 1973
- Garlichs A./Heipke K. : Didaktik offener Curricula. Weinheim 1974
- Messner R./Rumpf H.
- Graumann C.F. : Motivation. Frankfurt 1974
- Hancock R.R. : Cognitive Factors in Their Interaction with Instructional Modes. In: Journal for Research in Mathematics Education 1975 (6), 1, 37-50

- Hargreaves D.H. : Interpersonal Relations and Education. London 1975
- Hartig M. : Selbstkontrolle. München 1975²
- Heckhausen H. : Leistung und Chancengleichheit. Göttingen 1974
- Hengartner E. : Lehrerfortbildung als handlungsorientierte Curriculumentwicklung. Zeitschrift für Pädagogik 1975
Weinreb H. (21), 1, 33-53
- Hopf D. : Differenzierung in der Schule. Stuttgart 1974
- Keim W. : Gesamtschule - Bilanz ihrer Praxis. Hamburg 1973
- Kelly A.V. : Teaching Mixed Ability Classes. London 1974
- Kilpatrick J. : Soviet Studies in Psychology of Learning and Teaching Mathematics. Vol. 1 bis XIV. Chicago ab 1969
Wirzup I. (Ed.)
- Kultusminister, : Vereinbarung über die Orientierungsstufe vom
Ständige Konferenz 28.2.1974. Bonn 1974
der
- Miller G.A. : Strategien des Handelns. Stuttgart 1974
Galanter E.
Pribram K.H.
- Mussen P.H. (Ed.) : Carmichael's Manual of Child Psychology.
New York 1970³
- Prell S./Schiefele H. : Leistungsdifferenzierung und individuelle Förderung.
Ulrich D. München 1972
- Raschert J. : Gesamtschule: Ein gesellschaftliches Experiment.
Stuttgart 1974
- Roeder P.M. : Modelle der Differenzierung in Abhängigkeit von
Leistungsdimensionen einzelner Fächer. In: Dimensionen der Schulleistung; Deutscher Bildungsrat: Gutachten und Studien der Bildungskommission. Band 21/1. Stuttgart 1974
- Rosenshine B. : Teaching Behaviours and Student Achievement.
London 1971
- Royl W. : Die Orientierungsstufe. Stuttgart 1975
- Safari : Innovation, Evaluation, Research and the Problem
of Control. Fort Project. Norwich 1974
- Simons H. : Untersuchungen zur differential-psychologischen
Weinert F.E. Analyse von Rechenleistungen. Mskr. Heidelberg 1975
Ahrens H.J.

- Snow R.E. : Aptitudes and Instructional Methods: A Handbook
Cronbach L. for Research on Interactions. New York 1975 (in press)
- Sperry L. : Learning Performance and Individual Differences.
Glenview 1972
- Teschner W.P. : Was leisten Leistungskurse? Stuttgart 1971
- Teschner W.P. (Hrsg.): Differenzierung und Individualisierung des Unter-
richts. Göttingen 1971
- Treumann K. : Leistungsdimensionen im Mathematikunterricht.
In: Dimensionen der Schulleistung. Deutscher Bil-
dungsrat: Gutachten und Studien der Bildungskom-
mission. Band 21/2. Stuttgart 1974
- Ziegenspeck J. (Hrsg.): Bestandsaufnahme: Orientierungsstufe.
Braunschweig 1975

ZUR BEDEUTUNG DISPOSITIONELLER VARIABLEN IM MATHEMATIK- UNTERRICHT

R.Jansen, J.H.Lorenz, H.Radatz

Im Mittelpunkt der diagnostischen Anfangsphase des Projekts stehen Unterrichtsbeobachtungen, die zur Generierung der ersten Arbeitshypothesen beitragen sollen. Die Analyse didaktogener Schwierigkeiten und Fehler, das Aufzeigen von Interaktionseffekten sowie das Feststellen dominanter Lernwege beim Auseinandersetzen mit mathematischen Inhalten setzt beim Beobachter u.a. die Kenntnis individueller Dispositionen der am Unterricht beteiligten Schüler und Lehrer voraus. Diese Kenntnis dispositioneller Variablen wird einen strukturierenden Hintergrund für die Aufmerksamkeit des Beobachters abgeben, eine Interpretationshilfe bieten und der Präzisierung von Arbeitshypothesen dienen. Die Arbeitshypothesen zum Zusammenhang zwischen individuellen Eigenarten des Lernprozesses und dispositionellen Variablen sowie zu den Interaktionen zwischen Schülermerkmalen und Unterrichtsvariablen (Unterrichtsgegenstand, Environment, Lehrer) sollen in einer zweiten Phase empirisch überprüft werden.

Auf der Grundlage der Ergebnisse hoffen wir, spezifische Kriterien und Diagnosehilfen für eine angemessene Individualisierung erarbeiten zu können. Wir gehen jedoch nicht davon aus, daß die in das diagnostische Verfahren dieses Projekts eingehenden Variablen ungebrochen als Differenzierungskriterien Verwendung finden. Zum einen ist damit zu rechnen, daß die entscheidenden Dimensionen nicht unbedingt mit einem der von uns ausgewählten Konstrukte identisch sind, sondern z.B. im Brennpunkt eines komplexen Variablenbündels liegen, den zu bestimmen die sorgfältige und sensible Analyse der beobachteten Prozesse erfordert. Zum anderen wird nicht beabsichtigt, dem Lehrer eine Testbatterie in die Hand zu drücken, deren Ergebnisse dem Schüler fixe "Behandlungsmethoden" zu-

ordnet. Vielmehr sollen die durch die verwendeten Tests repräsentierten Konstrukte in für den Lehrer handhabbare informelle Diagnosekriterien transformiert und in flexible Handlungsmodelle eingebunden werden.

Im Rahmen der vorbereitenden Dokumentation, für die als ein Etappenziel die "Bestimmung der wichtigsten Variablen für die Dispositionen zum und für den Prozeß des Mathematiklernens im Unterricht" formuliert worden war, entstanden die vorliegende Arbeit und die meisten Beiträge dieses Heftes. Aufgrund der Erfahrungen und Erkenntnisse in den Unterrichtsanalysen wird die Liste der Variablen ergänzt und modifiziert werden müssen. Gegenstand dieser Unterrichtsanalysen ist: der Unterrichtsprozeß als soziales Geschehen mit den in ihm eingebundenen individuellen Lernprozessen und den diese vermittelnden Interaktionsformen.

Die Notwendigkeit, den hier beschriebenen Ansatz auszuweiten, sehen wir zum einen bezüglich der aktuellen Dispositionen und situativen Variablen und zum anderen in der Einbeziehung der Lehrerpersönlichkeit. Einige der hier in bezug auf den Schüler diskutierten Variablen sind vermutlich auch als Dispositionen des Lehrers bedeutsam und determinieren dessen Unterrichtsverhalten. Daneben müssen auf der Seite des Lehrers spezifisch pädagogische Dimensionen berücksichtigt werden wie z.B. Erziehungsstile, Schülerorientiertheit und Rollenverständnis.

Dem Gesamtphänomen des Unterrichtsgeschehens wird man jedoch erst dadurch gerecht, daß man es in seiner Komplexität sieht und die Wechselbeziehungen der verschiedenen Komponenten berücksichtigt. So dürfen die Dispositionen des Schülers nicht isoliert gesehen werden von denen des Lehrers, von den spezifischen Inhalten, von der sozialen Konstellation und der spezifischen Unterrichtssituation. Besonders wichtig erscheint uns die Interaktion zwischen Schüler- und Lehrermerkmalen bzw. Lehrer- und Schülerverhalten in ihrer Wechselwirkung.

1. GESICHTSPUNKTE FÜR DIE AUSWAHL VON VARIABLEN

Die Hervorhebung des Prozeßaspekts gegenüber dem Endprodukt schulischen Lernens, der Leistung, hat Konsequenzen für die Auswahl von Variablen auf der Seite der individuellen Dispositionen. Es interessieren uns vor allem solche Variablen, die einen unmittelbaren Bezug zum Prozeßcharakter der individuellen Lernabläufe aufweisen sowie in mögliche Interaktionen zwischen denen am Unterricht beteiligten Größen eingehen. In der empirischen Unterrichtsforschung, speziell zum Mathematikunterricht, standen bisher die Prädiktoren für das Produkt Leistung bzw. den Unterrichtserfolg im Mittelpunkt des Interesses. Ein Forschungsdefizit muß im Hinblick auf die qualitativen Aspekte des Lernens mathematischer Inhalte festgestellt werden: die Eigenart eines Schülers wahrzunehmen, Sachverhalte zu strukturieren, Gespeichertes aus dem Gedächtnis abzurufen, Hypothesen zu bilden, Probleme anzugehen usf. Aus diesem Grund kann den vorliegenden empirischen Befunden nur eine unterstützende Funktion bei der Auswahl der "Schlüsselvariablen" im Mathematikunterricht zukommen.

Die Einbindung eines Zusammenhangs zwischen zwei Variablen in eine theoretische Rahmenvorstellung, hier einer dispositionellen Variablen und dem Merkmal eines Lernprozesses, gelingt umso leichter und plausibler, je weniger man auf die Annahme der Vermittlung intervenierender Variabler angewiesen ist. Stellt man z.B. fest, daß die Schulbildung des Vaters mit bestimmten Charakteristika des Lernprozesses beim Kind korreliert, so ist dies nur als ein sehr indirekter Effekt zu verstehen. Die theoretische Interpretation ist wenig eindeutig, da eine weitreichende Ursache - Wirkungskette rekonstruiert werden muß. Wenn man jedoch allein nach der Direktheit des Zusammenhangs vorgeht, läuft man Gefahr, daß wesentliche Variablen vernachlässigt werden, die als früheres Glied der Wirkungskette fundamentalen Charakter haben. Es muß eine Balance angestrebt werden, indem man die Knotenpunkte innerhalb des komplexen Ursache - Wirkungsgefüges

zu erfassen sucht, von denen ein Maximum an erklärender Kraft ausgeht.

Wenn wir die stabilen Dispositionen ausgrenzen und uns hier auf sie beschränken, so spiegelt dies lediglich eine aus arbeitstechnischen Gründen notwendige Aufteilung wider, die uns inhaltlich sinnvoll erscheint. Es besagt nicht, daß wir die situationsspezifischen Bedingungen für weniger wichtig erachten. Die Auswirkungen von Persönlichkeitseigenschaften werden entscheidend durch aktuelle Dispositionen und durch situative Gegebenheiten modifiziert und überlagert. Erst aus diesem Gesamt der Bedingungen ergeben sich die aktuellen Lernvoraussetzungen.

2. AUSWAHL UND DISKUSSION DER VARIABLEN

Eine umfassende Theorie, aus der die für den Mathematikunterricht entscheidenden Variablen abzuleiten wären, gibt es nicht. Zwar liegen zahlreiche empirische Untersuchungen zum Zusammenhang zwischen dispositionellen Variablen und mathematischer Leistung vor, wenige aber zum Zusammenhang mit Merkmalen des individuellen Lernprozesses. Wir haben versucht, die Bedeutung der Variablen zu dem Prozeß des Mathematiklernens auf der Grundlage einzelner theoretischer Ansätze und empirischer Befunde einzuschätzen und haben die Variablen bzw. Variablenbereiche, die uns am wichtigsten erschienen, zusammengestellt.

- .1 Intelligenzfaktoren
- .2 Kreativitätsmerkmale
- .3 Gedächtnis
- .4 Angst- und Hemmungsfaktoren
- .5 Demographische Merkmale
- .6 Kognitive Stile
- .7 Bildhaftes vs. verbal-begriffliches Denken
- .8 Selbstkonzept

Im folgenden soll die Auswahl der einzelnen Variablen näher begründet und diskutiert werden.

.1 Intelligenzfaktoren

Die Zusammenhänge zwischen Intelligenzfaktoren bzw. intellektuellen Fähigkeiten und mathematischen Schulleistungen werden durch zahlreiche Untersuchungen belegt. Überblicke geben u.a. BOTTENBERG und MAIWALD (1972), GRISSEMANN (1974), JÄGER (1967) und TREUMANN (1974). Treumann versucht eine Synopsis der vorliegenden empirischen Befunde und hat 30 faktorenanalytische Studien zu dem Komplex Intelligenzfaktoren und mathematische Leistungen aufgearbeitet. Im wesentlichen werden vier für das Lernen von Mathematik relevante Dimensionen herausgestellt:

- Rechenfertigkeit
- Raumvorstellung
- Sprachverständnis
- Schlußfolgerndes Denken

Treumann unterscheidet zwischen inhaltlich und methodisch akzentuierten "Leistungsbereichen", denen auf seiten des Schülers feststellbare kognitive "Leistungsdimensionen" entsprechen. Didaktisch fruchtbar ist an diesem Ansatz einmal das Aufgliedern der allgemeinen intellektuellen Fähigkeit in für das Lernen von Mathematik spezifische Faktoren sowie der Hinweis auf die bereichsspezifische Bedeutung dieser Intelligenzfaktoren. So konnte TREUMANN (1974, 222,242) feststellen, daß die Rechenfertigkeit verstärkt beim Lösen von Aufgaben aus den inhaltlichen Teilbereichen Arithmetik und Algebra eingeht, das räumliche Vorstellungsvermögen mit den drei Teildimensionen Veranschaulichung, räumliche Beziehungen und räumliche Orientierung eine bedeutsame Disposition beim Auseinandersetzen mit geometrischen Inhalten ist. Darüber hinaus vermuten wir, daß die Intelligenzfaktoren auch eine von den Inhalten der Fachdisziplin unabhängige Bedeutung haben. Raumvorstellung und Sprachverständnis beeinflussen z.B. die Fähigkeit des Schülers, Informationen über mathematische Inhalte und Probleme in den verschiedenen Repräsentationsmodi aufzunehmen und zu verarbeiten. Ein Schüler, bei dem der Faktor Raumvorstellung schwach entwickelt ist, wird große Schwierig-

keiten bei der Analyse von Pfeildiagrammen oder dem "Lesen" nichtverbaler Arbeitsanweisungen haben. Ebenso dürfte "Schlußfolgerndes Denken" innerhalb des Mathematikunterrichts allgemein wirksam, d.h. inhaltsunspezifisch sein.

Die Bedeutung der zitierten Faktoren für den Erfolg im Mathematikunterricht wird auch in einigen jüngeren Untersuchungen hervorgehoben (vgl. u.a. Fennema 1974¹, Cathcart 1974). Empirisch sind diese vier intellektuellen Fähigkeiten relativ gut abgesichert und in ihrer Feinstruktur und ihrer Beziehung zu den verschiedenen mathematischen Unterrichtsinhalten analysiert.

Auf die Relevanz verschiedener Intelligenzmodelle für das Lernen von Mathematik sowie auf Vorschläge der sowjetischen Psychologie gehen in diesem Heft BIERMANN und NIEDWOROK ein.

.2 Kreativitätsmerkmale

Im Sinne AUSUBELS (1974, 616f) wollen wir unterscheiden:

"... zwischen Kreativität als Merkmal, das einen weiten und kontinuierlichen Bereich individueller Differenzen umfaßt, und der kreativen Person als einzigartiges Individuum, das diese Merkmale in einzigartiger Weise besitzt. ...

... zwischen Kreativität als einer hochspezifischen und inhaltlichen Kapazität und einer allgemeinen Konstellation von unterstützenden intellektuellen Fähigkeiten, Persönlichkeitsvariablen und Persönlichkeitseigenschaften."

So kann nach Ausubel nicht gemeint sein, daß ein Schüler auch nur ein geringes Ausmaß mathematischer Kreativität aufweist oder daß er die Möglichkeiten für einen kreativen Mathematiker besitzt, sondern daß sich in seiner Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten einige Hilfskorrelate bzw. Persönlichkeitsvariablen der Kreativität zeigen. Diese umfassen u.a. Merkmale oder Fähigkeiten wie

- * expressive und assoziative Flüssigkeit
- * Flexibilität versus Rigidität
- * Ambiguitätstoleranz (vgl. Guilford 1970)

Kreativität ist eine spezifische, unabhängige Kapazität,

während die normalerweise gemessenen kreativen Fähigkeiten unterstützende Funktionen der kognitiven Persönlichkeit sind. Sie helfen, die Äußerung der Kreativität zu verwirklichen (vgl. Ausubel 1974, 618).

Die Befunde zum Einfluß der Kreativität auf Schulleistungen sind uneinheitlich, überwiegend können keine Zusammenhänge aufgezeigt werden (zum Mathematikunterricht u.a. Fleischer 1970, Eisenmann et al 1970, Yamamoto 1970). Für die fehlende Korrelation zwischen Schulleistung und Kreativität werden (Funkkolleg Päd. Psychologie 1972, S.67f) drei Gründe genannt. In den Tests wird Kreativität weitgehend unabhängig von Intelligenz definiert, so daß die Andersartigkeit der Leistungen in Intelligenz- und Kreativitätstests auch eine weitgehende Unabhängigkeit von Kreativität und Schulleistung bedingt. Standardisierte Kreativitätstests liegen nicht vor, so daß Aussagen über Beziehungen zwischen Kreativität und Schulleistungen stichprobenspezifisch und testspezifisch sind. Darüber hinaus setzen sich Kreativitätstests aus mehreren Kreativitätskorrelaten zusammen, deren Effekte im Hinblick auf schulische Leistungen sich gegenseitig aufheben können.

Weil sich die Kreativitätsmessung noch immer in einem sehr experimentellen Stadium befindet und globale Kreativität zu den vagesten und uneinheitlichsten Begriffen der heutigen Psychologie und Pädagogik gehört (vgl. Ausubel 1974, 616), beschränken wir uns bei der Auswahl dispositioneller Variablen auf wenige Teilaspekte kreativen Verhaltens, deren Bedeutung für den mathematischen Lernprozeß bereits in einigen Untersuchungen nachgewiesen wurde.

Von besonderem Interesse für die geplanten Unterrichtsanalysen ist die Dimension Flexibilität vs. Rigidität. Den Einfluß der Rigidität im Sinne von Luchins auf die Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten konnte WEIS belegen (Weis 1970 sowie mehrere daran anschließende unveröffentlichte Examensarbeiten). Diese Untersuchungen beziehen sich entsprechend dem Luchins'schen Konzept auf Mechanisierungs-

tendenzen bei einfachen Routineaufgaben.

Andererseits kommt der Flexibilität beim Problemlöseprozeß eine entscheidende Rolle zu. Ihre Bedeutung für die Hypothesengenerierung wurde von GILFORD (nach William, 1960) nachgewiesen. RAHEIM (nach Kilpatrick, 1968) stellte Zusammenhänge fest zwischen dem Erfolg in Problemlöseaufgaben und der Fähigkeit, viele verschiedene Funktionen für gegebene Objekte zu finden bzw. viele Objekte, die eine gegebene Funktion erfüllen. Weitere empirische Ergebnisse neueren Datums, die den Zusammenhang zwischen Flexibilität und Problemlösen im Mathematikunterricht belegen, werden von TRIMMER (1974) berichtet.

Die Dimension Rigidität vs. Flexibilität kann unter einer Vielzahl von Aspekten betrachtet und analysiert werden. Vermutlich sind es nicht wenige, die für den Mathematikunterricht relevant sind. Es interessiert uns nicht nur die Flexibilität, mit der Strategien in neue Situationen eingebracht und verworfen werden, sondern ebenso die Flexibilität im Umgang mit Begriffen: z.B. die Fähigkeit, gelernte Konzepte unter verschiedenen Gesichtswinkeln zu sehen oder die Fähigkeit, sie den Erfordernissen eines neuen Problemzusammenhangs anzupassen.

Für den individuellen Lernablauf ist wahrscheinlich generell die Freiheit, mit der Informationen verwendet werden, von Bedeutung. Auf der einen Seite steht die reine "Rezeptbuch-Mathematik", auf der anderen kann Flexibilität in Ideenflucht ausarten, die es verhindert, daß eine Kristallisierung der Gedanken stattfindet und konsistente Konzepte gebildet werden. Nur eine Balance dieser beiden Pole wäre für den Mathematikunterricht förderlich.

Bei der Breite dieses Konzepts der Dimension Rigidität vs. Flexibilität ist die Operationalisierung sehr problematisch. Neben Luchins erhoffen wir uns einen Zugang über die kognitiven Kontrollprinzipien (cognitive controls) wie constricted vs. flexible control oder cognitive tolerance (vgl. Kagan,

Kogan 1970, 1276ff, 1294ff).

Auf interessante Effekte als Ergebnis einer Wechselwirkung zwischen der Art und dem Ausmaß der Schüler- und Lehrerkreativität (trait-trait-interaction) weist ULMANN (1968, 113) hin. Demnach sind kreative Schüler bei Lehrern mit vergleichbaren Kreativitätskorrelaten beliebter und werden darüber hinaus auch besser beurteilt.

.3 Gedächtnis

In den verschiedenen Gedächtnistheorien wird überwiegend zwischen unmittelbarem und längerfristigem Gedächtnis unterschieden. Jedoch besteht bereits bei der Abgrenzung dieser beiden "Gedächtnisarten" eine sehr uneinheitliche Auffassung, da diese von den jeweiligen Modellvorstellungen der involvierten Prozesse abhängig ist. Die Vielfalt der theoretischen Konzepte schlägt sich in unterschiedlichen Begriffen nieder wie "immediate-", "short-term-", "primary-" oder "working memory" einerseits und "long-term-", oder "secondary memory" andererseits. Auf der Seite des unmittelbaren Gedächtnisses werden weitere Unterscheidungen vorgenommen wie z.B.: "sensory register", "echoic memory" oder "icon" (siehe z.B. die verschiedenen Beiträge Rabbitt/Dornic: Attention and Performance V, 1975). Wir übernehmen die grobe Einteilung in Kurzzeit- und Langzeitgedächtnis, ohne uns jedoch an einer bestimmten Gedächtnistheorie zu orientieren.

Untersuchungen belegen, daß die Speicherkapazität des Langzeitgedächtnisses den Ablauf von Lernprozessen nur indirekt beeinflußt (Kagan/Kogan 1970, 1302f). Das Langzeitgedächtnis hat die Funktion, den mit einer bestimmten Aufgabensituation konfrontierten Schüler das nötige Vorwissen zur Verfügung zu stellen. Im Hinblick auf eine Analyse der beim Schüler ablaufenden kognitiven Prozesse ist es wichtiger zu wissen, welches Vorwissen verfügbar, wie es miteinander verknüpft und mit welchen Konnotationen es besetzt ist, als zu wissen, wie groß die generelle Speicherkapazität ist. Man wird deshalb im Rahmen der dispositionellen Variablen auf

das Langzeitgedächtnis verzichten und statt dessen exemplarisch zu bestimmten Inhalten und spezifischen Problemstellungen das relevante Vorwissen - stofflicher als auch methodischer Art - möglichst differenziert erfassen.

Das Kurzzeitgedächtnis erfüllt die Funktion eines Arbeitsspeichers (vgl.z.B. Atkinson und Wescourt, 1975) und ist damit wesentliche Voraussetzung für den Ablauf kognitiver Prozesse. Wir glauben, daß die Kapazität dieses Arbeitsspeichers eine im Mathematikunterricht entscheidende Variable darstellt, insbesondere dann, wenn ein Schüler mit komplexeren Aufgabenstellungen konfrontiert wird, die die simultane Verfügbarkeit zahlreicher Informationen erfordert. Für den Mathematikunterricht der 5. und 6. Klasse wird dies durch eine Untersuchung von SUPPES (1966) belegt: Nach dem Komplexitätsgrad der Aufgaben erwies sich das Gedächtnis als wichtigster Faktor zur Bestimmung der Fehlerhäufigkeit.

Nach NEISSER (1974) ist der Umfang der Gedächtnisspanne weitgehend unabhängig von den spezifischen Inhalten. Er erklärt dies mit dem "chunk"-Modell von Miller, nach dem das Kurzzeitgedächtnis über eine begrenzte Anzahl (5-9) sogenannter "chunks" verfügt. Diese "chunks" beinhalten kognitive Einheiten, die vom Subjekt selbst gebildet werden (Miller, 1956). Damit wird aber die Effektivität des Kurzzeitgedächtnisses in hohem Maße durch Prozesse der Gruppierung, Strukturierung und Umkodierung beeinflusst. So kommen BELMONT/BUTTERFIELD (1967) zu dem Schluß, daß die Kodierung die Leistung des Kurzzeitgedächtnisses in stärkerem Maße determiniert als das durch die begrenzte Kapazität bedingte "Vergessen" (vgl.hierzu auch Kagan/Kogan 1970, 1302ff). Die Bildung dieser "chunks" unterliegt dem Einfluß weiterer Variablen: Sie bedingt eine selektive Aufmerksamkeit ("selective attention", Kagan/Kogan, a.a.O.), die wiederum altersabhängig ist. Des weiteren wird das Gedächtnis durch die Höhe des Angstpegels beeinflusst (siehe Abschnitt .4).

Neben der Überlagerung der Speicherkapazität durch informa-

tionsverarbeitende Prozesse muß die Spezifität der Gedächtnisleistung hinsichtlich der verschiedenen Repräsentationsmodi berücksichtigt werden. PAIVIO (1971) und BOWER (1972) postulieren getrennte Subsysteme des Gedächtnisses für verbale und für visuelle Inhalte. LEVIE/LEVIE (1974) bestätigen dieses Modell und ziehen aus ihren Untersuchungen den Schluß, daß das visuell-ikonische und das verbale System normalerweise kooperieren und sich gegenseitig in ihrer Funktion ergänzen, unter bestimmten Bedingungen jedoch auch vollkommen getrennt operieren können. Allerdings arbeitet das visuell-ikonische System nur dann unabhängig vom verbalen, wenn der antizipierte Gebrauch der abzuspeichernden Information non-verbaler Natur ist. Entsprechend ist die intermodale Interferenz niedriger als die intramodale (Hopkins 1974). Da Mathematikunterricht auch mit figuralen Inhalten arbeitet, und dem anschauungsgebundenen Denken unser besonderes Interesse gilt, muß das Kurzzeitgedächtnis für visuell-ikonische Information getrennt überprüft werden.

.4 Angst

Die Bedeutung der Angst für schulische Leistung, insbesondere auch für das Fach Mathematik, ist durch zahlreiche Untersuchungen nachgewiesen (siehe z.B. die Sammelreferate von Schell 1972, Trimmer 1974). Es handelt sich dabei jedoch um sehr differenzierte Zusammenhänge und Wechselwirkungen.

Zwei für uns relevante Aspekte der Angst werden unterschieden: "Manifeste Angst" (nach Taylor 1956), ("trait anxiety" nach Sieber 1969) und "Prüfungsangst" ("Testangst" im Sinne Sarasons 1966b bzw. "state anxiety" nach Sieber 1969). Das Konstrukt "Schulangst" kann dabei als verallgemeinerte Prüfungsangst aufgefaßt werden, da die in spezifischen Situationen erfahrene Angst sich generalisiert auf die in der Schule auftretenden, ähnlichen Situationen. Aus diesem Grund weist die Prüfungsangst auch einen deutlicheren Bezug zur schulischen Leistung auf als manifeste Angst (Nickel/Schlüter 1970, Nickel et al 1973).

Allerdings muß unterschieden werden zwischen dem Einfluß der Angst auf schulische Leistung und ihrem stärkeren Einfluß auf das Lernen (Ausubel 1974, 437f). Die Höhe (und Richtung) des Zusammenhangs zwischen (Prüfungs-) Angst und (schulischer) Leistung hängt von verschiedenen Faktoren ab:

- **Situative Variable**

So zeigen etwa Hochängstliche bessere Leistungen in vorstrukturierten Lernsituationen (Ausubel 1974, Ausubel/Sullivan 1974), wie sie z.B. die programmierte Unterweisung bietet (Mac Pherson 1967, Morgan 1966, Callister 1966, Flynn 1969). Es wundert nicht, daß der Einfluß der Prüfungsangst abnimmt, je stärker streßreduzierende Komponenten in die Situation eingehen (Katchmar/Ross/Andrews 1958). In diesem Sinne sind auch die Untersuchungen von DAVIS (1969) und SZETELA (1973) zu interpretieren, die durch vorangehenden Mißerfolg bzw. Erfolg Stresssituationen bzw. Streßreduktion induzierten.

- **Art des Leistungskriteriums**

Hierzu gehören z.B. Komplexität und Schwierigkeitsgrad der Aufgabenstellung. Der Einfluß der Angst kann umso größer angenommen werden, je höher der Komplexitäts- bzw. Spezifizierungsgrad der zu bewältigenden Aufgabe ist (Weinert et al 1975).

- **Persönlichkeitsmerkmale**

Der Zusammenhang zwischen Angst und Geschlecht ist von mehreren Untersuchungen belegt worden (vgl. z.B. Szetela, 1973, Campeau 1968 für die 5. und 6. Klasse, Schelkun/Dunn 1967 für die unteren Klassen), wobei sich Übereinstimmend zeigte, daß Mädchen ängstlicher waren als Jungen. Die negative Korrelation zwischen Angst und Schulleistung nimmt mit zunehmendem Alter ab, ihre motivierende Wirkung wächst demgegenüber an (Ausubel 1974).

Zwischen Intelligenz und Angst wurden bzgl. der Leistung zwar signifikante Interaktionen festgestellt (Denny 1966, Mattei/Goulet 1969, Szetela 1973), aber die Ergebnisse

sind nicht konsistent, so daß an dieser Stelle nicht darauf eingegangen werden muß.

Der Einfluß der Angst wird auf verschiedenen Ebenen wirksam:

- * Angst - Gedächtnis: als ablenkender Reiz (distracting stimulation) mindert sie die Qualität des Behaltens, indem sie die Aufmerksamkeit von relevanter (einkommender) Information lenkt (Kagan/Kogan 1970, 1303f, Boutwell 1973).
- * Angst - Hypothesengenerierung: der gleiche ablenkende und interferierende Einfluß wirkt sich bei der Hypothesengenerierung aus (Kagan/Kogan 1970, 1305f). So wird entsprechend reflektierendes Verhalten interpretiert, als Angst vor Fehlern (als conceptual tempo) (Kagan/Kogan 1970, 1311f, 1314f).

An dieser Stelle soll nur darauf hingewiesen werden, daß Angst zunehmend kognitiv interpretiert und im Zusammenhang mit Selbsteinschätzung gesehen wird (Meyer 1973). So benutzt BOUTWELL (1973) Selbstberichte, die normalerweise der Bestimmung des Selbstkonzeptes dienen, als Angstmaß und stützt sich auf die hohe negative Korrelation zwischen Angst und Selbsteinschätzung (Boutwell 1973, 4f).

.5 Demographische Merkmale

DUNKIN und BIDDLE (1974) unterscheiden in ihrem "model for the study of classroom teaching" auf der Seite der Schülermerkmale zwischen "properties" und "formative experiences". Während unsere dispositionellen Variablen, die sich unmittelbar auf Eigenschaften des Schülers beziehen, zu den "properties" gehören, sind demographische Merkmale Indizes der "formative experiences". Unter diesen Begriff fassen Dunkin und Biddle äußere Bedingungen der familiären und schulischen Sozialisation sowie der gegenwärtigen Situation des Individuums zusammen. Demographische Merkmale wie soziale Schicht, Alter oder Geschlecht des Schülers sind Index dieser spezifischen Bedingungen und Vorerfahrungen.

Der Einfluß der "formativ experiences" auf den aktuellen Lernprozeß ist insofern mehr indirekter Natur, als Persönlichkeitseigenschaften durch die Vorerfahrung geprägt werden, und diese als vermittelndes Glied der Ursache - Wirkungskette dem aktuellen Geschehen näherstehen. Damit kommt dem Aspekt der "formative experiences" aber zugleich eine sehr fundamentale Bedeutung zu. Besonders bei individuellen Fallstudien bietet er eine Erklärungsgrundlage, die die Vielfalt der beobachteten Phänomene und Beziehungen zu integrieren vermag.

Demographische Merkmale sind in zwei Feldern des Unterrichtsprozesses bedeutsam. Einmal beeinflussen sie die Einstellungen und Erwartungshaltung der Lehrer gegenüber einzelnen Schülern bzw. Schülergruppen. Darauf weisen BROPHY/GOOD (1974) in ihrer umfassenden Analyse hin.

"... group and individual differences among students are the key to understanding intra-classroom differences in teacher-student interaction patterns" (Brophy, Good 1974, VIII).

Zum anderen bestimmen demographische Merkmale die Einstellung und Erfahrungswelt des Schülers gegenüber dem Unterrichtsgegenstand mit und werden sich so über den Unterrichtsprozeß auf die Leistungen auswirken.

Ein für den Mathematikunterricht interessantes demographisches Merkmal ist das Geschlecht der Schüler. Die Diskussion, ob Jungen bzw. Männer bessere Leistungen in Mathematik zeigen als Mädchen bzw. Frauen, ist sehr alt und hat zu einer Vielzahl empirischer Befunde geführt. Mit AIKEN (1974) lassen sich vier Hypothesen für mögliche geschlechtsspezifische Unterschiede formulieren.

*Die "sex-linked recessive gene hypothesis"

STAFFORD (1972) vermutet, daß unterschiedliche Fähigkeiten im numerischen und räumlichen Bereich teilweise auf genetische Ursachen zurückgeführt werden können.

*Die "masculine-identification hypothesis"

Nach PLANK (1954) u.a. ist das Auseinandersetzen mit mathematischen Inhalten und Verfahren eine aggressive und mehr maskuline Tätigkeit.

• Die "sex-role modeling-hypothesis"

MACCOBY (1966) u.a. nehmen an, daß die geschlechtsspezifische Sozialisation das Interesse an der Mathematik bestimmt.

• Die "differential social reinforcement hypothesis"

Demnach werden Jungen für ihre mathematischen Bemühungen häufiger verstärkt als die Mädchen.

FENNEMA (1974²), die in der Forschung zum Lernen von Mathematik einen "sexism" vermutet, kommt in der Analyse von 33 vorliegenden empirischen Befunden zu einem überraschenden Ergebnis:

"No significant differences between boys' and girls' mathematics achievement were found before boys and girls entered elementary school or during early elementary years. The upper elementary and early high school years significant differences were not always apparent." (Fennema 1974², 136)

Fennema nimmt an, daß mögliche geschlechtsspezifische Unterschiede im mathematischen Lernprozeß bei älteren Schülern ihre Ursache in der schulischen Sozialisation haben, bzw. durch den vorangegangenen Mathematikunterricht geprägt werden. Aus diesem Grund wollen wir das Geschlecht als eine Variable in die Unterrichtsanalyse aufnehmen.

Daneben interessieren uns vor allem Merkmale der Schullaufbahn sowie Merkmale der familiären Sozialisation und häuslichen Situation. Ein für diesen Bereich globaler Index ist der sozioökonomische Status. Allein schon wegen der bildungspolitischen Relevanz, insbesondere im Hinblick auf die Konsequenzen von Differenzierungsmaßnahmen, die mehr oder weniger schichtenspezifisch sein können, darf diese Variable nicht unberücksichtigt bleiben.

Bedingt durch die kompensatorischen Bemühungen im Bereich der Erziehung liegt eine Vielzahl empirischer Untersuchungen zur Korrelation zwischen dem sozioökonomischen Status und dem

Lernprozeß bzw. dem Erfolg im Mathematikunterricht vor. Wenn wir einen Index des sozioökonomischen Status verwenden, so darf dabei nicht dessen Konstruktcharakter übersehen werden. "Status ist ... bereits ein Begriff relativ hohen Abstraktionsgrades und als konkrete Einheit in der sozialen Wirklichkeit nicht direkt zu beobachten" (Mayntz 1958, S.67).

"Die Schichtenzugehörigkeit interessiert uns nicht per se, sondern als grober, bildungspolitisch bedeutsamer, zusammenfassender Index für die einzelnen ursächlichen Faktoren des schichtenspezifischen Sprachverhaltens.

... Es handelt sich also um ein sehr komplexes Maß sozialstatistischer Indikatoren, die nicht mit direkten Verhaltensmessungen gleichgesetzt werden dürfen" (Overmann 1969, S.203f).

Die auf kausale Erklärung gerichtete Analyse sollte demnach anstatt des globalen Konstrukts des sozioökonomischen Status die konkreten bildungsrelevanten Verhaltensdimensionen zu erfassen suchen (vgl. Reinert und Thiele, 1975). Jedoch setzt dies eine umfassende Theorie der Sozialisationsprozesse voraus sowie ein Ausmaß empirischer Forschung, das im Rahmen unseres Vorhabens nicht geleistet werden kann.

.6 Kognitive Stile

siehe RADATZ: Kognitive Stile und Mathematikunterricht
(Schriftenreihe des IDM/4,75)

.7 Bildhaftes vs. verbal-begriffliches Denken

siehe LORENZ, RADATZ zum Thema
(Schriftenreihe des IDM/5,76 (V.))

.8 Selbstkonzept

siehe LORENZ: Selbstkonzept und Selbsteinschätzung
(Schriftenreihe des IDM/4,75)

3. ERGÄNZENDE ASPEKTE

Die Liste der von uns ausgewählten Variablen kann nur vorläufigen Charakter haben. Sie soll zunächst einen Rahmen bilden, der das weitere Vorgehen strukturiert. Die dabei gewonnenen

Erfahrungen werden sicherlich zu Ergänzungen und Modifikationen zwingen. Insbesondere hoffen wir, daß die systematische Beobachtung von Unterrichtssituationen zu präziseren Hypothesen führt.

Die Analyse von Wechselwirkungen zwischen Schüler- und Lehrervariablen und die Art der Konsequenzen, die wir daraus ableiten wollen, unterscheidet sich von dem Forschungskonzept der "aptitude-" bzw. "trait-treatment-interaction" (ATI bzw. TTI). Zwar könnte man die Variable "Lehrer" formal unter den Begriff treatment subsumieren, jedoch beschränken sich das ATI- wie TTI-Konzept weitgehend auf das Kriterium der Leistung und implizieren relativ starre Formen, in denen auf die individuellen Unterschiede, meist unterschiedlichen Fähigkeiten (aptitudes), eingegangen wird: es wird differenziert, indem unterschiedliche Gruppen von Schülern mit unterschiedlichen Unterrichtsmethoden "behandelt" werden. Die anfängliche Faszination innerhalb der Unterrichtsforschung über das ATI/TTI-Konzept ist einer nüchternen Betrachtungsweise gewichen. Die Berücksichtigung nur einer Variablen auf der Schülerseite konnte der Komplexität des Unterrichtsgeschehens im Klassenverband nicht gerecht werden. Darüber hinaus lieferten viele Untersuchungen mit vergleichbaren Problemstellungen häufig sehr widersprüchliche Ergebnisse (vgl. HUNT 75). Gründe dafür liegen u.E. einmal in der Schwierigkeit, die Unterrichtsformen eindeutig zu bestimmen und voneinander zu isolieren, sowie zum anderen in der Auswahl zu globalen Persönlichkeitsmerkmalen.

Wenn wir uns von der Kenntnis dispositioneller Variablen Reflexionshilfen in der Analyse von Unterrichtssituationen erhoffen, so sehen wir das nur als einen möglichen Zugang zum Verständnis unterrichtlichen Geschehens an. Wir sind uns bewusst, daß Interaktionseffekte endlos sein können, und alle experimentellen Ergebnisse einen "way of washing out" (Cronbach 1975) nach sich ziehen, je mehr von der Gesamtsituation "Mathematikunterricht" berücksichtigt wird.

LITERATUR

- Aiken L.B. : Affective Variables and Sex Differences in Mathematical Abilities. Paper presented at AERA Meeting 1974 (Chicago)
- Atkinson R.C. : Some Remarks on Long-Term Memory.
Wescourt K.T. In: Rabbitt P.M.A. and Dornic S. (Ed.): Attention and Performance V, London 1975, 485-498
- Ausubel D.P. : Psychologie des Unterrichts II. Weinheim 1974
- Ausubel D.P. : Das Kindesalter. München 1974
Sullivan E.V.
- Belmont J.N. : The Relation of Short-Term Memory to Developmental Level
Butterfield E.C. and Intelligence. Unpubl. manuscript, Yale University 1967
- Bottenberg E.H. : Lernbedingungen mathematischer Leistungen.
Maidwald D.K. München 1972
- Boutwell R.C. : Anxiety Interaction with Task Difficulty Levels, Memory Support, and Estimated Task Competency in a Concept Identification Task. ERIC Doc. ED 073 389 (1973)
- Bower G.H. : Mental Imagery and Associative Learning. In: Gregg L. (Ed.): Cognition in Learning and Memory. New York 1972
- Brophy J.E. : Teacher - Student Relationship. New York 1974
Good T.L.
- Callister S.L. : Stress, Anxiety, and Achievement Relationships in Programmed and Conventional Algebra and Geometry Classes. DAI 26 (1966), 5860
- Campeau P.L. : Test Anxiety and Feedback in Programmed Instruction. J. Ed. Psych. 59 (1968), 159-163
- Cathcart W.G. : The Correlation of Selected Nonmathematical Measures with Mathematics Achievement. J.Res.Math.Ed. 5 (1974), 47-56
- Cronbach L. : Beyond the Two Disciplines of Scientific Psychology. In: American Psychologist 30 (1975), 116-127
- Davis W.E. : Effects of Prior Failure on Subjects' WAIS Arithmetic Subtest Scores. J. Clinical Psych. 25 (1969), 72-73
- Denny J.P. : The Effects of Anxiety and Intelligence on Concept Formation. J.Exp.Psych. 62 (1966), 596-602
- Dunkin M.J. : The Study of Teaching. New York 1974
Biddle B.J.

- Eisenmann R. : Kreativität, Intelligenz und Leistung.
 Platt J.J. In: Mühle G. et al. 1970
 Darbes A.
- Fennema E. : Mathematics, Spatial Ability and the Sexes. Paper presented at AERA Meeting 1974 (Chicago) (1974¹)
- Fennema E. : Mathematics Learning and the Sexes: A Review. In: Journal for Research in Math. Education 5 (1974), 126-139 (1974²)
- Flescher J. : Angst und Leistung intellektuell und kreativ begabter Kinder. In: Mühle G. et al. 1970
- Flynn J.T. : Contributions of a Non-Cognitive Variable to Geometry Achievement Using an Auto-Instructional Procedure. J.Ed.Res. 62 (1969), 449-452
- Grissemann H. : Legasthenie und Rechenleistung. Bern 1974
- Guilford J.P. : Kreativität. In: Mühle G. et al. 1970
- Hopkins R.H. : The Encoding of Verbal Information. ERIC Doc. ED 081 181 (1974)
- Hunt D.E. : Person-Environment Interaction: A Challenge Found Wanting Before It Was Tried. In: Review of Educational Research 45 (1975), 209-230
- Jäger A.O. : Dimensionen der Intelligenz. 2.Auflage; Göttingen 1970
- Kagan J. : Individuality and Cognitive Performance. In: Mussen P.H. (Ed.): Carmichael's Manual of Child Psychology (Vol 1), New York 1970
 Kogan N.
- Katchmar L. : Effects of Stress and Anxiety on a Complex Verbal Coding Task. J.Exp.Psych. 55 (1958), 559-563
 Ross S.
 Andrews T.G.
- Kilpatrick J. : Problem Solving in Mathematics. Review of Educational Research 39 (1968), 523-534
- Levie W.H. : Is There a Separate Visual Iconic Memory System?
 Levie D.D. ERIC Doc. ED 095 519
- Maccoby E.E. : The Development of Sex Differences. Stanford 1966
- MacPherson E.D. : Some Correlates of Anxiety in Learning Programmed Mathematics. DAI 27, (1967), 2948-A
- Mayntz R. : Begriff und empirische Erfassung des sozialen Status in der heutigen Soziologie. Kölner Zeitschrift f. Soziologie und Sozialpsych. 10 (1958), 58-73
- Mazzei J. : Test Anxiety and Intelligence in Concept Formation.
 Goulet L.R. Psych. Reports 24 (1969), 842

- Meyer W.U. : Leistungsmotiv und Ursachenerklärung von Erfolg und Mißerfolg. Stuttgart 1973
- Morgan J.H. : The Relationship Between Levels of Anxiety and Mathematics Achievement in Programmed and Teacher-Direction Instruction. DAI 26 (1966), 376o
- Mühle G. : Kreativität und Schule. München 197o
Schell Chr.
- Miller G.A. : The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information. Psychl.Rev. 63 (1956), 81-97
- Neisser U. : Kognitive Psychologie. Stuttgart 1974
- Nickel H. : Angstwerte bei Hauptschülern und ihr Zusammenhang mit
Schlüter P. Leistungs- sowie Verhaltensmerkmalen, Lehrerurteil und Unterrichtstil. Ztschr.Erz.Psych. u. Päd.Psych. 2 (197o), 125-136
- Nickel H. : Angstwerte, Intelligenztest und Schulleistungen sowie
Schlüter P. der Einfluß der Lehrerpersönlichkeit bei Schülern verschiedener Schularten. Psychol.Erz. u. Unterr. 2o
Fenner H.J. (1973), 1-13
- Oevermann U. : Schichtenspezifische Formen des Sprachverhaltens und ihr Einfluß auf die kognitiven Prozesse. Gutachten und Studien der Bildungskommission 4, Roth H. (Hrsg.): Begabung und Lernen, 3.Aufl., Stuttgart 1969, 297-356
- Paivio A. : Imagery and Verbal Processes. New York 1971
- Plank E.N. : Emotional Components Arithmetical Learning as Seen
Plank R. Through Autobiographies. Psychoanalytic Studies of the Child 9 (1954), 274-296
- Rabbitt P.M.A. : Attention and Performance V. London 1975
Dornic S.
- Reinert G.B. : Zur Problematik der Verwendung soziologischer Schicht-
Thiele J. modelle in erziehungswissenschaftlichen Untersuchungen. Pädag.Rundschau 29 (1975), 454-462
- Schell H. : Angst und Schulleistung. Göttingen 1972
- Schelkun R.F. : Study I: Children's Attitude Toward School and Their
Dunn J.A. Relationship with School Anxiety. (Rep. 4, School Anxiety and Cognitive Functioning Exploratory Studies) Ann Arbor, Mich. IRCDPPS Midwest Research Center, 1967
- Stafford R.E. : Hereditary and Environmental Components of Quantitative Reasoning. Review of Educational Research 34 (1964), 3-21

- Suppes P. : Linear Structural Models for Response and Latency Performance in Arithmetic. Psychology Series, Technical Report No.100. ERIC Doc. ED 020 683 (1966)
- Szetela W. : The Effects of Test Anxiety and Success/Failure on Mathematics Performance in Grade Eight. J.Res.Math.Ed.6 (1975), 152-160
- Taylor J.A. : A Personality Scale of Manifest Anxiety. Journ.Abnorm. Soc.Psychol. 48 (1953), 285-290
- Taylor J.A. : Drive Theory and Manifest Anxiety. Psychol.Bull. 53 (1956), 303-320
- Treumann K. : Leistungsdimensionen im Mathematikunterricht. Gutachten und Studien der Bildungskommission 21/2. Stuttgart 1974
- Trimmer R.G. : A Review of the Research Relating Problem Solving and Mathematics Achievement to Psychological Variables and Relating These Variables to Methods Involving or Compatible with Self-Correcting Manipulative Mathematics Materials. ERIC Doc. ED 092 402 (1974)
- Ulmann G. : Kreativität. Weinheim 1968
- Weinert F.E.
Simons H.
Ahrens H.J. : Der direkte Einfluß kognitiver und motivationaler Bedingungen auf Schulleistungen. Bericht über den 29.Kongreß der Dt.Ges. für Psych. 1975
- Weis V. : Mechanisierung beim Lösen mathematischer Aufgaben und Möglichkeiten zu ihrer Vermeidung. Schule und Psychologie 17 (1970), 2
- Williams J.D. : Teaching Problem-Solving. Educational Research 3 (1960), 12-36
- Yamamoto K. : Die Intelligenzschwelle bei der Schulleistung hochkreativer Kinder. In: Mühle et al. 1970

SELBSTKONZEPT UND SELBSTEINSCHÄTZUNG (self-concept and self-esteem)

Jens-Holger Lorenz

1. EINFÜHRUNG

1.1 Abgrenzung

Selbstkonzept wird in der Literatur definiert als Glaube, Hypothesen, Annahmen, die das Individuum über sich selbst hat (Coopersmith/Feldman 1974), als Einstellung, Gefühle, Wissen über seine Fähigkeiten, Fertigkeiten, (äußere) Erscheinung, Kompetenzen, soziales Akzeptiertwerden (West/Fish 1974). Als Synonyme für Selbstkonzept wird Selbstbild (self-image, view of oneself) verwandt.

In Selbstkonzept als so definiertes Konstrukt gehen noch keine Wertungen mit ein, es wird abgegrenzt von Selbsteinschätzung, der persönlichen Bewertung des Individuums über sich selbst, der Kongruenz von Selbstkonzept und Normen, Werten und Standards (Coopersmith/Feldman 1974) bzw. Diskrepanz zwischen Selbstkonzept und Selbstideal (self-ideal) (Perkins 1974).

Selbstkonzept versieht das Individuum mit der grundlegenden Orientierung gegenüber sich selbst und seiner Umwelt und beruht auf zwei Basisqualitäten (Perkins 1974):

- * dem Grad der Selbstakzeptierung (self-acceptance) bzw. Selbstzurückweisung (self-rejection),
- * dem Grad der Selbsteinschätzung.

Hierbei deckt die Dimension Selbstakzeptierung - Selbstzurückweisung den affektiv-sozialen Bereich ab. Selbsteinschätzung beschränkt sich nach PERKINS (1974, S.250f) auf spezielle Kompetenzen und deren zusammenfassendes Bild.

Für COOPERSMITH (1967) gibt es vier Grundkomponenten von Selbsteinschätzung

- Erfolg (success)
- Ideale (ideals)
- Bestrebungen (aspirations)
- Abwehrkräfte (defences).

Hierauf aufbauend entwickelte er seinen zur Zeit noch weitgehend verwandten Test (Coopersmith Self-Esteem Inventory).

Eine Diskussion der Problematik der unterschiedlichen Selbstkonzeptbegriffe und Trennung Selbstkonzept - Selbsteinschätzung wird in der amerikanischen Literatur nur ansatzweise geführt. Vielmehr werden beide Termini häufig synonym verwandt (so z.B. Kohr 1974, Chandler 1974, die Selbstkonzept mit Tests zur Selbsteinschätzung messen).

So unterschiedlich die oben angegebenen Komponenten des Selbstkonzeptes sind, so unterschiedliche Ergebnisse wird man erwarten dürfen (Trimmer 1974, Perkins 1974), so unterschiedlich sind auch die Testverfahren ihrer Messung (West/Fish 1974): Verschiedene Methoden der statistischen Analyse (Korrelations- und Varianzanalyse, Mittelwertdifferenzen und Diskrepanzstudien) werden angewandt auf das Verhältnis von Selbstkonzept und schulischer Leistung von Gruppen mit ethnischen, rassischen, sozioökonomischen und Geschlechtsunterschieden.

Als gesichert angesehen werden kann der Prozeß, in dem das Selbstkonzept gebildet wird. Er läuft ähnlich dem Begriffslernen im allgemeinen ab (nach dem Modell von Coopersmith/Feldman 1974): Aufstellen globaler, testender Hypothesen; Versuch, diese Hypothesen als Kategorisierungshilfen bei Erfahrungen zu benutzen; anfängliche Veränderbarkeit, wachsende Stabilität (Konsistenz) (Coopersmith/Feldman 1974, Purkey 1967, Bloom 1971, Kiestler 1974).

1.2 Meßmethoden

Dem Untersuchenden stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, Selbstkonzept zu messen.

1.2.1 Tests. Verschiedene Testverfahren werden benutzt (Soares/Soares 1973):

- Rating-Skala
- Adjektivliste
- Open-end-Fragen
- Q-sort Methode
- Bildliche Form
- Statements, zu denen die Pbn ihre Zustimmung/Ablehnung äußern
- Polaritätenprofil

1.2.2 Beobachtung. Neben den Tests bestehen Techniken der Beobachtung, d.h. aus dem Verhalten, den Äußerungen und Handlungen des Individuums werden Rückschlüsse auf sein Selbstbild gezogen. Beobachtungstechniken reichen hierbei von strukturierten Interviews bis zur Observation durch klinisch trainierte Beobachter.

1.2.3 Kombinierte Methoden:

- Projektive Techniken
- Kongruenz zwischen Selbstbericht und Beobachtung

PERKINS (1974, S.252) gibt hierbei zu bedenken, daß Selbstkonzept durch Tests nicht meßbar erscheint; vielmehr erhält man durch direktes Befragen einen "Selbstbericht" (self-report) des Individuums, der sozial gewünschte Qualitäten widerspiegelt (also das Selbstideal). Dieser Selbstbericht muß erst in Beziehung gesetzt werden zu dem Verhalten des Individuums, das über einen angemessenen Zeitraum zu beobachten ist. Erst das Zusammenfassen der verbalen Äußerungen und des (nichtverbalen) Verhaltens gibt einen Hinweis über das Selbstkonzept des Individuums (Soares/Soares 1973).

2. SELBSTKONZEPT UND SCHULISCHE LEISTUNG

2.1 Allgemeines

Aus den obigen Überlegungen ergibt sich, daß es neben einem allgemeinen Selbstkonzept (general self-concept) auch Einschätzungen bzgl. spezifischer Leistungen und Kompetenzen gibt. Man wird kaum erwarten, aus dem allgemeinen Selbstbild die Vorstellungen des Individuums über seine speziellen Fähigkeiten im Mathematikunterricht, bei sportlichen Aktivitäten, im sozialen Umgang, etc. deduzieren zu können. Dementsprechend wird ein spezieller Ausschnitt des Selbstkonzepts untersucht, der sich bezieht auf schulische Leistungen im allgemeinen oder auf bestimmte Fächer (academic self-concept). Unter Berücksichtigung der oben angesprochenen Problematik der Erhebung über Selbstkonzept und schulische Leistung müssen die im folgenden angeführten Untersuchungen interpretiert werden.

Eine Reihe von Untersuchungen befaßt sich mit der Entwicklung des Selbstkonzeptes und erfaßt durch Langzeitstudien die wachsende Stabilität (Kohr 1974). Erfahrungen, die in der Schule gesammelt werden, sind nur ein Aspekt, der auf das allgemeine Selbstbild des Schülers wirkt. Sie treffen auf ein schon durch primäre Sozialisationsprozesse ausgebildetes Selbstkonzept (Perkins 1974, West/Fish 1974. Für eine breite Darstellung über Selbstbild und primäre Sozialisation sei auf Stern/Luckenbill 1973 und Webster/Sobieszek 1974 verwiesen). Ausschlaggebend ist die nähere Umgebung des Individuums Familie, peer group, Beziehungen und Einschätzungen gegenüber als (subjektiv) wichtig angesehenen Personen, nicht aber objektive Vergleiche, da sie als Erfahrungen nicht vorhanden sind (Perkins 1974, Turner 1973). So ist für den einzelnen und der Bildung seines Selbstbildes z.B. seine Stellung innerhalb und sein Verhältnis zu der peer group ausschlaggebend, nicht aber seine "objektive Stellung" innerhalb der Gesellschaft, gemessen z.B. am SES, IQ, Fähig- und Fertigkeiten Gleichaltriger im Landesdurchschnitt, etc.; Einschät-

zung der schulischen Leistungsfähigkeit dagegen wird durch Erfahrungen bestimmt, die innerhalb der Schule selbst erworben werden. Bei Schuleintritt trifft man hierbei auf eine Diskrepanz zwischen hohem selbstspezifischem Selbstbild (academic self-concept) und tatsächlich dargebrachter Leistung. Dieses (unrealistische) Selbstkonzept weicht allmählich einem realistischeren und verfestigt sich zu einem stabilen, kaum noch wandelbarem Bild (Kohr 1974, Fiore 1969).

2.2 Variablen, die diesen Prozeß beeinflussen können.

2.2.1 Das Curriculum: Thompsons Untersuchung (Thompson 1972) weist einen allerdings zeitlich begrenzten Einfluß bestimmter Curricula auf das Selbstbild von Schülern nach. Bei seiner Langzeituntersuchung (Änderung des Selbstbildes von Klasse 1 bis 9) blieb das Selbstkonzept allerdings nur während der Zeit unterschiedlicher Curricula selbst unterschiedlich, bei anschließend gleichem Unterricht verschwanden die Unterschiede wieder. SCHELLENBERG (1974) stellte in den Klassen 9 und 10 keine Änderung des Selbstbildes mehr fest. Kompensatorischer Unterricht ergab in den unteren Klassen keine Änderung des Selbstbildes (Hepner 1973, Perkins 1974), ebenso wenig wie offene Curricula (Trimmer 1974, Kohler 1973). Individualisierter Unterricht dagegen ergab eine positive Veränderung des Selbstbildes (Powell 1973).

2.2.2 Das Selbstbild des Lehrers: Das Selbstkonzept der Schüler korreliert mit dem Selbstkonzept ihres Lehrers. Darauf beruhende, signifikante Veränderungen auf seiten der Schüler (innerhalb eines akademischen Jahres) wurden in den Klassen 4, 5 und 6 beobachtet (Edeburn/Landry 1974). Allerdings gibt es wenig speziell angelegte Untersuchungen mit dem Ziel, das Selbstkonzept des Lehrers zu verändern. Einzig der Versuch, das Selbstkonzept durch gezielte Unterweisung in Flanders Interaktionsanalyse zu verbessern, hatte meines Wissens nach Erfolg (Soares/Soares 1973). Mit Flanders IA werden Vorgänge (vornehmlich verbale Äußerungen, Reaktionen, Hinwendungen etc.), Verhalten von Lehrern und Schülern und ihre Inter-

aktionen in der Klasse kodiert. Die Verbesserung des Selbstkonzepts der Lehrer wird interpretiert über die Sensibilisierung gegenüber sozialen Interaktionen im Unterricht: "It may well be that self-analysis of verbal behavior and awareness of the type of interaction between self and others - with the attendant reinforcement from improved classroom climate - contribute to the future teacher's confidence and self-esteem." (Soares/Soares 1973, p.3)

2.2.3 Das Verhalten des Lehrers: Daß das Verhalten des Lehrers, seine Zuwendung, Belohnung, Bestrafung, Aufmunterung etc. wesentlichen Einfluß auf den Prozeß der Selbstkonzeptentwicklung hat, wird von keinem Autor bestritten. Allerdings ist die Anzahl der Untersuchungen bzgl. dieser Variablen außerordentlich gering, was auf die Schwierigkeiten ihrer Meßbarkeit zurückzuführen ist. Die zwei wesentlichsten Untersuchungen hierzu sind BROOKOVER/ERICKSON/JOINER (1967) und ROSENTHAL/JACOBSON (1968). Als gesichert angesehen werden kann der positive Einfluß von sozialer Belohnung (Lob) (Bekum 1973, Perkins 1974, Coopersmith/Feldman 1974). Auf Einzelheiten und pädagogische Konsequenzen wird weiter unten eingegangen.

2.3 Variablen, die mit dem Selbstbild des Schülers korrelieren.

Mehrere Variablen korrelieren mit dem Selbstkonzept des Schülers. Als Wichtigste wird die schulische Leistung selbst angesehen (Scott 1975, Bloom 1971, Brookover/Patterson/Thomas 1964, Trimmer 1974, West/Fish 1974, Sparling 1968). Hierbei muß unterschieden werden zwischen Untersuchungen, die das allgemeine Selbstbild des Schülers und seine schulische Leistung gegenüberstellen und Korrelationen zwischen $r=.18$ (Lekarczyk/Hill 1969) feststellen, und Untersuchungen, die Leistung mit dem schulspezifischen Selbstbild (academic self-concept) korrelieren (Jones/Crienecks 1970, $r=.50$; Binder et al 1970, $r=.60$; Brookover/Patterson/Thomas 1964, $r=.60$; Caplin 1969, $r=.60$).

Es gilt als gesichert, daß ein signifikanter Zusammenhang besteht zwischen bestimmten Faktoren des Selbstkonzeptes und schulischer Leistung (West/Fish 1974, Scott 1975). Allerdings scheint es z.Zt. erst eine einzige Untersuchung (Calsyn 1973) zu geben, die eine kausale Beziehung zwischen diesen beiden herstellt. Sie deutet darauf hin, daß Leistung die unabhängige und Selbstkonzept die abhängige Variable ist.

"Those who wish to increase school achievement by changing self-concept have relatively little empirical groundings. If the purpose is to increase school achievement, direct teaching for achievement should be more effective than trying to enhance self-concept. On the other hand, the enhancement of self-perceptions could be seen to be a worthwhile goal of itself, achievement not with standing." (West/Fish 1974, p.33).

Ein weiterer Faktor, der mit dem Selbstkonzept von Schülern signifikant korreliert, ist nach Untersuchungen von LOGIUDICE (1970) und STANWYK/FELKER (1974) die Angst vor dem Versagen, speziell die Testangst. Ihre Untersuchungen an Kindern der 6. Klasse bzw. der Klassen 3 bis 6 ergaben neben diesem Zusammenhang auch eine Abnahme der Selbstverantwortlichkeit mit abnehmendem Selbstbild. (Selbstverantwortlichkeit wurde hier mit dem "Intellectual Achievement Responsibility Questionnaire" gemessen, der speziell auf Kinder abgestellt ist und der zu erfassen versucht, inwieweit der Schüler sich selbst bzw. äußere Faktoren (Lehre, Zufall, Glück, etc.) für Leistungsergebnisse verantwortlich macht). Auf diese letzte Beziehung weisen auch COOPERSMITH/FELDMAN (1974) und PERKINS (1974) hin.

3. SELBSTKONZEPT UND LEISTUNG IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Die Ergebnisse der Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen schulischer Leistung und Selbstkonzept übertragen sich ohne Schwierigkeiten auf den Mathematikunterricht und werden von einer Reihe von Untersuchungen gestützt, wobei sich die folgenden Ausführungen auf die mittleren Klassen beschränken.

Die Leistungen im Fach Mathematik korrelieren signifikant sowohl mit allgemeinem Selbstkonzept als auch mit fachspezifischem Selbstbild. (Bachman 1970 für die 7. Klasse). Hierbei korrelierte das fachspezifische Selbstbild signifikant höher als das allgemeine mit der mathematischen Leistung. Kochs Untersuchung (Koch 1973) an über 600 Schülern der 6. Klasse ergab ebenfalls einen signifikanten Zusammenhang zwischen allgemeinem Selbstkonzept und mathematischer Leistung ($r=.25$). Zum gleichen Ergebnis kommt auch LOGUIDICE (1970). Ähnliche Ergebnisse berichtet weiterhin Trimmer in seinem Sammelreferat (Trimmer 1974) sowie WEST/FISH (1974). Eine weitere Untersuchung von HAYES (1967) an Schülern der 6. Klasse stellt Zusammenhänge fest zwischen generellem Selbstkonzept (GSK), Selbstkonzept für das Fach Mathematik (MSK) (arithmetic self-concept), allgemeine Schulleistung (ASL) (gemessen am Notendurchschnitt), mathematische Leistung (ML) (gemessen an Mathematiknoten), mathematische Testleistung (MTL). Hayes stellte folgende Korrelationen fest: MSK - ML ($p<.001$), MTL - MSK ($r=.62$, $p<.01$), ASL - MSK ($r=.68$, $p<.01$), GSK - MTL ($r=.48$, $p<.01$), GSK - ML ($r=.61$, $p<.01$), ASL - GSK ($r=.67$, $p<.01$).

Aufbauend auf den Zusammenhang zwischen dem Selbstbild des Lehrers und seiner Schüler wurde von KULM (1973) ein mathematischer Selbstkonzept-Test für angehende Lehrer entworfen, um daraus ableitend spezielle Trainingsmethoden zu entwickeln. Dieser Test besteht aus 27 Items mit jeweils zwei Antwortskalen a) bzgl. der Zufriedenheit (satisfaction) mit sich selbst und b) Einschätzung der Veränderung der Leistung innerhalb des Semesters. Verschiedene Faktoren wurden hierbei identifiziert: ad a) Fähigkeit Mathematik zu lernen, Teilnahme innerhalb der Gruppe, Selbstvertrauen, Einstellung; ad b) Einstellung, Testangst, Aufmerksamkeit.

Die höchste Korrelation zwischen Selbstkonzept und Mathematikleistung stellt TRIMMER (1974) im Bereich des Problemlösens fest. Zu interpretieren wäre dieser Zusammenhang durch die notwendige persönliche "Ausgeglichenheit" (personal ad-

justment, s.Cleveland/Bosworth 1967) und realistisches subjektives Erwartungsniveau (level of aspiration, S.Kay/Felker 1975), d.h. Unabhängigkeit und Mut zu neuen Wegen, Urteils-kraft gegenüber neuen Hypothesen, realistische Einschätzung eigener Leistungsfähigkeit, etc. (s.4.).

4. DISKUSSION UND KONSEQUENZEN

Auch wenn nach einer Synopse vorliegender Ergebnisse nicht angenommen werden kann, daß ein kausaler Zusammenhang besteht zwischen Selbstkonzept und Schulleistung (West/Fish 1974), so erklärt doch nach BLOOM (1971) Selbstbild als wesentlichste Komponente affektiver Eingangsmerkmale 25% der Varianz schulischer Leistung. Zudem ist sie als "implizites Curriculum" (Bloom 1971) in jedem Unterricht vorhanden, mit je nach dem positiven oder negativen Auswirkungen.

Unterschiedliches Selbstkonzept bewirkt

- verschiedene Erwartungen an die Zukunft
- unterschiedliche affektive Reaktionen
- unterschiedliche Stile, mit den Anforderungen der Umwelt fertig zu werden (Coopersmith 1967).

Hohes Selbstbild bewirkt

- Vertrauen in eigene Wahrnehmungen und Urteile
- Glauben, Probleme zu einer zufriedenstellenden Lösung zu bringen (Perkins 1974, Coopersmith/Feldman 1974)
- Selbstvertrauen bei Konfrontation mit anderen Meinungen
- Mut, neue Wege zu begehen
- soziale Unabhängigkeit und Kreativität.

Niedrige Einschätzung dagegen bewirkt

- Unsicherheit, ungewöhnlichen Gedanken nachzugehen
- Verletzbarkeit gegenüber anderen
- ein Beschäftigtsein mit eigenen Problemen
- Kraftlosigkeit, Situationen zu meistern

- * Neigung, äußere Faktoren, wie andere, Schicksal oder Zufall für das Nichterreichen von Zielen verantwortlich zu machen (Perkins 1974).

Welche Erfahrungen steuern zur Entwicklung eines positiven Selbstkonzeptes bei und welche dieser Erfahrungen unter Berücksichtigung einer altersgemäßen Stabilisierung vermag Schule zu vermitteln? Nach COOPERSMITH (1967) wird positive Selbsteinschätzung bewirkt durch vornehmlich drei Bedingungen:

- * vollkommene Akzeptierung durch die Eltern
- * klar definierte Grenzen des Handelns auf der einen Seite (Normen, Standards) sowie des erwarteten Fortschritts auf der anderen (Schutz vor Selbstüberschätzung und Mißerfolg)
- * Gelegenheit und Ermunterung zu individuellen Aktivitäten innerhalb dieser Grenzen.

Für die Schule relevant sind die letzten beiden Punkte, doch muß der Lehrer den ersten Punkt, d.h. die Beziehung Eltern - Kind bzw. die Trennung durch die Schule mitreflektieren (Kie-ster 1974). Trotz allen Einflusses, den der Lehrer auf die Entwicklung des Selbstkonzeptes des Schülers hat, muß beachtet werden, daß es das Kind ist, das sein Selbstbild entwickelt. Demnach sind es nicht die Behandlung, Beurteilung und Erwartung des Lehrers, sondern vielmehr die Interpretation dieser Behandlung, Beurteilung und Erwartung durch den Schüler, die das Selbstkonzept bilden. Die Erfahrung des Erfolges bzw. Nichterfolges machen die Selbsteinschätzung aus (Perkins 1974, Coopersmith/Feldman 1974) und die Erfahrung der eigenen Gefühle und positive Interaktion mit anderen (Bentley 1975). Forderung an den Unterricht ist daher die Bereitstellung genügender Aufgaben und Situationen, die Gelegenheit zu Erfolgserlebnissen geben. Die Erfolge sollten durch den Lehrer den Fähigkeiten des Schülers zugeschrieben werden und nicht dem Zufall oder Glück (Coopersmith/Feldman 1974).

WEINER (1975) nennt in anderem Zusammenhang vier mögliche Kausalfaktoren, die am häufigsten zur Erklärung von Leistungsergebnissen herangezogen werden und die sich nach den Dimensionen "Personabhängigkeit" (internal-external) und "Stabilität über Zeit" (stabil-variabel) klassifizieren lassen:

- *Begabung (internal, stabil)
- *Anstrengung (internal, variabel)
- *Aufgabenschwierigkeit (external, stabil)
- *Zufall (external, variabel)

Bei Erfolg sollte eine Kausalattribution auf interne, bei Mißerfolg auf externe Faktoren erfolgen. "Unangemessene Begabungsinformationen können daher zu Ursachenerklärungen führen, die sich auf das Leistungsverhalten fördernd auswirken", (Weiner 1975, p.111).

Colmans Felduntersuchung stellt in diesem Zusammenhang fest, daß Schüler härter an Aufgaben arbeiten (und die Wahrscheinlichkeit, ein positives Selbstbild zu erhalten, größer ist), wenn sie sich verantwortlich meinen für ihren Erfolg. Tatsächlich war dieser Faktor für Schulleistung wichtiger als andere Faktoren wie Curricula, Schulsituation oder ähnliches (Colman 1966).

Hiermit zusammen hängen Motivation und Selbstbelohnung (self-reward). Besser als äußere Mittel wie Bezugspersonen (Eltern, Lehrer), die als Verstärker gewünschten Verhaltens dienen, werden Verfahren angesehen, die Motivation und Belohnung in das Kind selbst zu legen (Coopersmith/Feldman 1974). Der anhaltendste und verlässlichste Weg, ein Kind zu motivieren, ist zu helfen, in ihm ein Selbstbild aufzubauen als jemand, der fähig ist zu lernen. Ist der Schüler in der Lage, aus den Schulaktivitäten ein positives Selbstbild zu ziehen, so ist eine zyklische Selbstverstärkung wahrscheinlich (Lernerfolg (durch adäquates (äußeres) Erwartungsniveau und Aufgabenstellung) - (durch den Lehrer vermitteltes) Gefühl der Fähigkeit zu lernen, Gefühl der Kontrolle und Eigenverantwortlichkeit

Über Erfolg - Gefühl des (aktiven) Involviertseins in den Lernprozeß (Motivation) - Lernerfolg - ...). COOPERSMITH/FELDMAN (1974) geben verschiedene Unterrichtspraktiken bzw. Verhaltensweisen für Lehrer an, die die Ausbildung eines positiven allgemeinen Selbstbildes bewirken.

- (1) Akzeptierung. Akzeptierung heißt hierbei nicht die aufgewandte Zeit, die der Lehrer dem Kind zuwendet, vielmehr die Gefühle, Aufmerksamkeit und Einstellung, die dem Kind innerhalb dieser Zeit entgegengebracht werden. Die Qualität und nicht die Quantität entscheidet. Zu einem diese These stützenden Ergebnis kommt Divney in seiner Untersuchung an Schülern der 6. Klasse, die mit unterschiedlichem Grad des Akzeptiertwerdens mit Erwachsenen interagierten (Divney 1974).
- (2) Vertrauen. Vertrauen beinhaltet den Glauben und darauf aufbauendes Verhalten, daß der Schüler angemessene Entscheidungen selbst treffen und auf der Grundlage dieser Entscheidungen Fortschritte machen kann.
- (3) Gelegenheit zur Wahl. Das unter (2) angesprochene Vertrauen in die Entscheidungen des Schülers und sein daraus resultierendes Selbstvertrauen bedingen einen Unterricht, in dem solche Entscheidungen auch möglich sind.
 - *Der Schüler wählt zwischen verschiedenen Aktivitäten und erwirkt ein schärferes Selbstbild, indem er erkennt, was für ihn wichtig bzw. unwichtig ist.
 - *Die Aktivitäten haben selbstleitenden Charakter. Der Student bestimmt Grad und Fortschritt der Aktivitäten.
 - *Der Schüler wird durch sofortige Rückkopplung über die Konsequenzen seiner Handlungen informiert.
 - *Der Lehrer antwortet dem Schüler, indem er auf Nachfrage hilft.
 - *Der Lehrer organisiert den äußeren Rahmen und die Grenzen, in denen sich die Handlungen und Entscheidungen der Schüler vollziehen. Von einem vollkommen

freien Unterricht wird abgesehen.

- (4) Aufmunterung. Um neue und schwierige Situationen zu meistern, bedarf der Schüler der Aufmunterung durch den Lehrer. Der Lehrer entwickelt im Schüler Selbstvertrauen und einen durch optimistischen Ausblick ("fostering an optimistic outlook") auf zu bewältigende Aufgaben, d.h.

*der Schüler hat das Gefühl, akzeptiert und respektiert zu werden, ob er nun Erfolg hat oder nicht,

*der Lehrer sollte die Stärke des Schülers hervorheben, nicht auf seine Schwächen hinweisen.

- (5) Angabe realistischer Wege zum Erfolg. Das beinhaltet die Planung und den Hinweis für den Schüler auf ihm angemessene Wege, die Sequentierung großer Aufgaben in kleinere Lernschritte mit der Konsequenz häufiger Erfolgsmeldungen an den Schüler über seinen Fortschritt.

Punkt (4) und (5) in den Vorschlägen von COOPERSMITH/FELDMAN (1974) werden gestützt durch die Untersuchungen an Schülern der Klasse 4 (Hauserman 1975) und 4 bis 6 (Bekum 1974), die einen signifikanten Anstieg des Selbstbildes der Schüler feststellten nach Maßnahmen positiver Verstärkung über einen längeren Zeitraum (40 Tage bzw. 12 Wochen).

- (6) Verantwortung. Wie oben schon angeführt, hängt das Selbstkonzept des Schülers eng zusammen mit dem Glauben an seine Verantwortlichkeit über Erfolg bzw. Mißerfolg seines Handelns und seiner Entscheidungen. Dieses Verantwortungsgefühl sollte durch geeignete Maßnahmen und Haltung des Lehrers verstärkt werden.

5. ZUSAMMENFASSUNG

Selbstkonzept (Selbstbild) entsteht ähnlich dem Lernen von Begriffen (Coopersmith/Feldman 1974, Perkins 1974) durch Beobachten und Interaktion mit der (näheren) Umwelt, Aufstellen von (zunächst noch veränderbaren) Hypothesen, deren Korrektur

und allmähliche Stabilisierung eine Sicht von sich selbst bietet. Schule trifft demgemäß auf ein durch Sozialisationsprozesse präsentierte Selbstbild des Schülers, das sich überträgt auf eigene fachspezifische Leistungseinschätzung, das sich aber als möglicherweise inkongruent erweist und allmählich durch Erfolgs- bzw. Mißerfolgserfahrungen im Unterricht verdichtet. Selbstbild hängt zusammen mit Selbsteinschätzung, die das Verhältnis des Selbstbildes zu Werten, Normen, Standards widerspiegelt, der Diskrepanz zwischen Selbstbild und Selbstideal. Die Meßbarkeit des Selbstkonzeptes durch Tests, Interviews und Ähnliches bleibt problematisch, muß vielmehr ergänzt werden durch Beobachtung des (nichtverbalen) Verhaltens über einen angemessenen Zeitraum.

Analog der Aufsplitterung des Unterrichts in unabhängige Fächer entwickelt sich ein spezifisches Selbstbild über die Leistungsfähigkeit innerhalb dieser Gebiete. Es gibt Anlaß zu vermuten, daß das fachspezifische Selbstbild mit der dargebrachten und vom Lehrer bewerteten Leistung in diesen Fächern hoch korreliert, allerdings nicht unbedingt mit der Leistungsfähigkeit. Dieses Selbstkonzept entwickelt sich analog durch die Interaktion mit dem Lehrer, die Rückkopplung über Erfolg und Mißerfolg, die Haltung, Einstellung und Prognosen, die der Lehrer dem Schüler entgegenbringt. Selbstkonzept ist somit in jedem Unterricht als "implizites Curriculum" gegenwärtig (Bloom 1971). Als eine der entscheidenden Komponenten, das Selbstbild des Schülers zu verändern, darf hierbei der Lehrer angesehen werden, weniger die Schulform, Curriculum, objektive Leistung u.ä.. Daher erscheinen Versuche, Änderungen des Selbstbildes herbeizuführen durch direktes Training und Unterweisung in seiner Verbesserung (wie z.B. Silverman 1975), an den eigentlichen Bedingungsfaktoren vorbeizugehen. Die Sammlung von Vorschlägen von COOPERSMITH/FELDMAN (1974) und PERKINS (1974), die auf eine Änderung des Verhaltens und der Einstellungen des Lehrers abzielen, erscheint ein hoffnungsvollerer Ansatz. Ihre empirische Überprüfung steht aufgrund der mit ihrer Messung zusammenhängenden Problematik noch aus. Es ist zu hoffen, daß in absehbarer Zeit hierzu genügend Material erscheint.

LITERATUR

- Alberti J.M. : Correlates of Self-Perception in the School, Paper presented at the AERA-Meeting 1971
- Bachman A.N. : The Relationship Between a Seventh-Grade Pupil's Academic Self-Concept and Achievement in Mathematics. J.Res. Math. Ed. 1 (1970), 173-179
- Beckum L.C. : The Effect of Counseling and Reinforcement on Behaviors Important to the Improvement of Academic Self-Concept. ERIC 081880 (1974)
- Bentley E.L. et al. : The Self-Concept ... Instructional Objectives, Curriculum Sequence, and Criterion Referenced Assessment. ERIC 096 560 (1975)
- Binder D.M. et al. : Non-intellective Self-Report Variables as Predictors of Scholastic Achievement. J.Ed. Res. 63 (8), (1970), 364-366
- Bloom B.S. : Individuelle Unterschiede in der Schulleistung: Ein überholtes Problem? AERA-Meeting 1971. Übersetzt in: Edelstein W., Hopf D. (Ed): Bedingungen des Bildungsprozesses. Stuttgart 1973
- Brookover W.B. : Self-Concept of Ability and School Achievement. Final Report of Cooperative Research Project No. 2831, U.S. Office of Education, 1967
- Erickson E.L. Joiner L.M.
- Brookover W.B. : Self-Concept and School Achievement. Cooperative Research Project No. 845, Michigan State University, 1962 (3 Bände)
- Patterson A. Thomas S.
- Calsyn R. : The Causal Relation Between Self-Esteem, Focus of Control, and Achievement. Unpubl. Doct. Diss. 1973 (zit. nach West/Fish: Relationship Between Self-Concept and School Achievement. ERIC 092239 (1974))
- Caplin M.D. : The Relationship Between Self-Concept and Academic Achievement. J.Exp.Ed. 37 (3), 1969, 13-16
- Cleveland G.A. : A Study of Certain Psychological and Sociological Characteristics as Related to Arithmetic Achievement. Arith. Teacher (1967), 383-387
- Bosworth D.L.
- Colman J.S. : Equality of Education Opportunity. U.S. Office of Education (1966) (zit. nach Coopersmith/Feldman, 1974)
- et al.
- Coopersmith S. : The Antecedents of Self-Esteem. San Francisco 1967
- Coopersmith S. : Fostering a Positive Self-Concept and High Self-Esteem in Classroom. In Coop R.H., White K. (Ed.): Psychological Concepts in the Classroom. New York 1974
- Feldman R.

- Divney E.P. : Helping Improve a Child's Self-Image. ERIC 091 625 (1974)
- Ederburn C.E. : Teacher Self-Concept and Student Self-Concept.
Landry R.G. ERIC 088 892 (1974)
- Fiore E.A. : A Study of the Self-Concept of the Young Child:
Comparison of Three Age Levels. DIA 30-B, 2398 (1969)
- Hauserman N. : A Behavioral Approach to Changing Self-Concept in
et al Elementary School Children. ERIC 097 995 (1975)
- Hayes E.J. : Relationship Between Self-Concept of Arithmetic
Ability and Arithmetic Achievement in a Selected Group
of Sixth Grade Students. DIA 1967, 3999-A
- Hepner E.M. : Can Compensatory Education Improve the Self-Image
of Socially and Culturally Different Children?
ERIC 076 724 (1973)
- Jones J.G. : Measures of Self-Perception as Predictors of Scholastic
Grieneek S.L. Achievement. J.Ed.Res. 63 (1970), 201-203
- Kay R.S. : Level of Aspiration: A Behavioral Expression of Self-
Felker D.W. Concept. Paper presented at the AERA-Meeting 1975
- Kiester D.J. : Who Am I ? The Development of Self-Concept.
ERIC 083 817 (1974)
- Koch D.R. : Concept of Self and Mathematics Achievement.
ERIC 076 375 (1973)
- Kohler P.T. : A Comparison of Open and Traditional Education:
Conditions That Promote Self-Concept. ERIC 075 903
- Kohr R.L. : A Longitudinal Study of Self-Concept from Grade 5 to 9.
ERIC 092 566 (1974)
- Kulm G. : A Mathematics Self-Concept Test. ERIC 075 512 (1973)
- Lekarczyk W.D. : Self-Esteem, Test Anxiety, Stress and Verbal Learning.
Greene B.I. Develop. Psych. 1 (1969), 147-154
- Logiudice J.G. : The Relationship of Self-Esteem, Test Anxiety and
Sixth Grade Students' Arithmetic Problem Solving
Efficiency Under Variant Test Instructions.
DIA 31-B (1970), 2995-2996
- Peper J.B. : Esteem and Achievement in Arithmetic. Elem. School Journ.
Chansky N.M. 70 (1970), 284-288
- Perkins H.V. : Human Development and Learning. Belmont, Cal.: 1974
- Lowell M.M. : Change in Self-Esteem as a Result of an Individualized
Curriculum. ERIC 074 711 (1973)
- Purkey W.W. : The Self and Academic Achievement. Research Bulletin of
the Florida Educational Research and Develop. Council;
Gainesville, Flor., 1967

- Purkey W.W. : The Search for Self: Evaluating Student, Self-Concepts. Univ. of Florida, Gainesville, Flor., 1968
- Purkey W.W. : Building Self-Esteem in Students. Univ. of Florida, Gainesville, Flor., 1969
- Creese M.Z.
- Rosenthal R. : Pygmalion in the Classroom. New York: 1968
- Jacobsen L.
- Schellenberg J. : A Study of Self-Concepts. ERIC o89 189 (1974)
- et al.
- Scott-C.C. : Academic Self-Concept and School Achievement: A Multiple Probe. Paper presented at The AERA-Meeting 1975
- Silverman H. : Design and Evaluation of a Unit about Measurement as a Vehicle for Changing Attitude Toward Mathematics and Self-Concept for Low Achievers in the Intermediate Grades. Paper presented at the AERA-Meeting 1975
- Soares L.M. : The Effect of Analyzing Teacher Behavior on Self-Concepts of Teachers. ERIC o79250 (1973)
- Soares A.T.
- Soares L.M. : Tests of Self-Concept as Measures of Personality Change. ERIC o76 638 (1973)
- Soares A.T.
- Sparing J.J. : The Etiology of Self-Esteem in Childhood and Adolescence. DAI 29-A (1968), 820
- Stanwyk D.J. : Intellectual Achievement Responsibility and Anxiety as Functions of Self-Concept of Third to Sixth Grade Boys and Girls. ERIC o80 903 (1974)
- Felker D.W.
- Stern C. : The Study of Self-Concept in Young Children: An Annotated Bibliography. ERIC o76 247 (1973)
- Luckenbill M.
- Thompson J.S. : Longitudinal Study of Student Self-Concept and Academic Achievement. DAI 33A (1973), 4767
- Trimmer R.G. : A Review of the Research Relating Problem Solving and Mathematics Achievement to Psychological Variables and Relating these Variables to Methods Involving or Compatible with Self-Correcting Manipulative Mathematics Materials. ERIC o92 402 (1974)
- Turner K. : A Theory of the Functional Self. ERIC o78 195 (1973)
- Webster M. : Sources of Self-Evaluation: A formal Theory of Significant Others and Social Influence. New York: 1974
- Sobieszek B.
- Weiner B. : Die Wirkung von Erfolg und Mißerfolg auf die Leistung. Huber-Klett 1975
- West C.K. : Relationship Between Self-Concept and School Achievement: A Survey of Empirical Investigations. Final Report. ERIC o92 239 (1974)
- Fish J.A.

INDIVIDUAL DIFFERENCES THAT MIGHT INFLUENCE THE EFFECTIVENESS OF INSTRUCTION IN MATHEMATICS

Jeremy Kilpatrick

1. ADAPTING INSTRUCTION TO INDIVIDUAL DIFFERENCES

The central questions of instruction are, given a set of pupils who are to be taught, what goals should be chosen toward which the instruction will be aimed and what instructional strategies should be used to reach these goals. The question of individualization of instruction arises as soon as one recognizes that, for some pupils, some goals may be more appropriate than others and some strategies may be more effective than others.

Educators have long recognized that individual differences between pupils can affect the choice of appropriate goals and strategies, but educational practice has seldom made more than a crude accommodation to such differences. The requirement of a minimum grade-point average plus teachers' recommendations for admission to a special mathematics course, for example, is one way of matching pupils and goals: those pupils admitted to the course work toward one set of goals and those pupils not admitted work toward another. Requiring pupils who fail a course to repeat it is one way of matching pupils and strategies: those who fail get a strategy consisting of two or more opportunities to learn the course content and those who pass get a strategy consisting of one opportunity.

As LESSER (1971) has noted, educational adaptations to individual differences may be organizational (such as the provision of different types of secondary schools or the assignment of pupils to different tracks or sections within a school) or pedagogical (such as the use of an additional example to clear up a pupil's misunderstanding or slowing the pace of instruction where some pupils appear to be

falling behind). In general, organizational adaptations tend to be aimed primarily at matching pupils and goals, whereas pedagogical adaptations tend to be aimed primarily at matching pupils and strategies.

Although the question of matching pupils and goals is critical - and logically prior to the question of matching pupils and strategies - it will not be dealt with in this paper. For a discussion of some of the issues in setting instructional goals, see LESSER (1971). For the purposes of this paper, assume that a set of pupils has been identified and a set of goals - appropriate to all of the pupils and relating to instruction in mathematics - has been selected. The problem then becomes one of finding or constructing instructional strategies so that each pupil will attain each goal - or at least make maximum progress toward it.

If one assumes that no single instructional strategy is going to be maximally effective for all pupils, and therefore that different strategies will be necessary for different pupils, one immediately confronts the issue of how to decide what strategy is best suited to a given pupil. Since both the strategies and the pupils can vary in manifold ways, the practical question is how to decide which relatively few alternative strategies to provide and which relatively few dimensions of pupil difference to measure in order to make a relatively optimal match between pupil and strategy.

Probably the most common alternative strategy is to provide a second opportunity to learn the material to those pupils who failed to learn it in the first place. In many so-called "individualized" instructional programs (at least in the United States), all pupils are introduced to a new topic in the same way. Those who fail more than a critical number of test items at the end of the instruction are "recycled" through the topic again. They may be given additional practice exercises or the instruction may simply be

repeated exactly as before. In some cases, an alternative explanation of the topic may be provided to those who did not understand the first explanation. Seldom is the decision to provide an alternative strategy made before instruction begins, however, and rarer still are variables other than general mental ability or ability to understand previous instruction used as bases for making such decisions. Most "individualization" of instruction in mathematics has involved variation in the amount of time spent on a given topic rather than a qualitative variation in instructional strategy. And most decisions to require that additional time be spent have been made on the bases of failure to understand instruction the first time through.

A potentially more productive approach to the individualization of instruction would be the identification of individual difference variables that might be used to select the (relatively) most effective strategy for a pupil before instruction begins (or in the early stages) rather than requiring that all pupils receive the same instruction before an alternative is provided those pupils who failed to understand. It may be that general mental ability or ability to understand previous instruction are the most powerful variables to use in making choices about alternative instructional strategies. In other words, it may be that those pupils who fail to learn under existing instructional strategies are best characterized as "slow learners" or "underachievers", and it may be that the best alternative strategies to give them the same content at a slower pace and with more repetition.

But some educators and educational theorists have suggested that other variables might be used as bases for selecting alternative strategies. Pupils low in "conceptual level" (Hunt, 1971) may learn more with a high structure (e.g., lecture) approach than with a low structure (e.g., laboratory approach), whereas pupils high in "conceptual level" may learn more with the low structure than the high structure

approach. Pupils strong in deductive reasoning ability may learn more with a deductive (expository) approach than with an inductive (discovery) approach; pupils strong in inductive reasoning may learn more with the inductive than the deductive approach (Kropp, Nelson, King, 1967). Pupils strong in spatial ability but weak in numerical ability may learn more with a presentation emphasizing graphical displays rather than the manipulation of numbers; the reverse may be true for pupils with the opposite pattern of abilities (Dougherty, 1967). (See Lesser, 1971, for additional individual difference variables that have been suggested as guides in selecting instructional strategies.)

2. THE ATI MODEL

The dominant model for conceptualizing the study of simultaneous variation among pupils and strategies - with a view toward selecting the strategy that yields maximum learning for a given pupil - has been the aptitude-treatment interaction (or ATI) model, first used by CRONBACH (1957) to express the central problem for applied psychologists. He noted that "in general, unless one treatment is clearly best for everyone, treatments should be differentiated in such a way as to maximize their interaction with aptitude variables (p. 681)". He viewed the educational psychologist's goal as one of measuring readiness for different types of teaching and inventing teaching methods to fit different types of readiness.

The classical ATI formulation is illustrated in Figure 1 for a hypothetical situation involving one aptitude (individual difference variable, characteristic, trait); three alternative treatments (instructional strategies) A, B, and C; and one payoff measure (measure of learning or progress toward goal). The line for each treatment is a regression line used to predict the amount learned (payoff) by a student

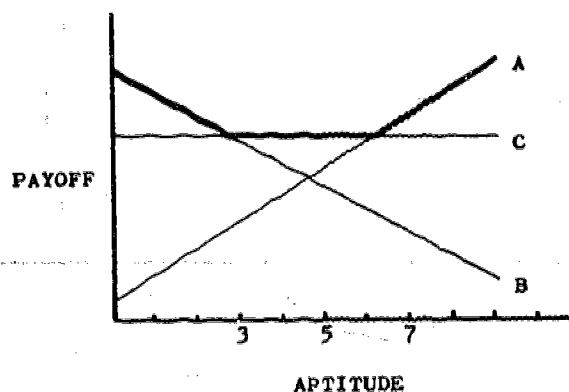


Figure 1, Payoff function for three treatments.
(After Cronbach, 1957.)

of a given level of aptitude under that treatment. Payoff under treatment A is positively correlated with aptitude: the higher one's aptitude, the more one will learn under treatment A. Treatment B is negatively correlated with aptitude, and treatment C is uncorrelated with aptitude. Furthermore, no treatment is best for everyone. The regression lines can be used to assign treatments to pupils for maximum payoff: pupils with aptitude scores below 3 should receive treatment B, pupils with scores from 3 to 7 should receive treatment C, and pupils with scores above 7 should receive treatment A. This procedure is more effective than giving the same treatment to every pupil.

Like any model, this formulation oversimplifies, and may distort, reality (Hunt, 1975). Pupils have numerous aptitudes, the number of alternative treatments is essentially limitless, teachers typically expect a treatment to pay off in various ways, and these variables undoubtedly interact in a complicated fashion. Even if one assumes a single payoff function for a single goal, one could not expect to find the optimal treatment for a given pupil. The best one

can hope for is to devise relatively effective treatments that interact with one or more aptitude variables.

Although in the classical ATI formulation one is searching for interactions, the typical procedure is to select or construct treatments that differ along some dimension, consider the treatments as relatively fixed, and then search for aptitude variables that might yield an interaction. Such searches have typically been rather fruitless (Bracht, 1970; Cronbach & Snow, 1969). The most extensive series of ATI investigations in the learning of mathematics (Behr & Eastman, 1975; Eastman & Carry, 1975; Webb & Carry, 1975) has not yielded consistent results. (The data are tantalizing enough, however, to suggest that more elaborate treatments might be constructed that would yield interactions for the aptitude dimensions related to spatial visualization ability versus general reasoning ability or inductive reasoning ability versus deductive reasoning ability.) GLASER (1972) has suggested, in view of the so-called "failure" to find ATIs, that new aptitudes need to be conceptualized in terms of "the process constructs of contemporary theories of learning, development, and human performance (p. 9)."

3. BEYOND THE ATI MODEL

The ATI model has been criticized as being unduly restrictive (Hunt, 1975), but one cannot deny its value in helping to define the problem of choosing among treatments. Certainly, if one could locate a significant interaction, one could use the model to define rather precisely the intervals along the aptitude scale to be used in assigning pupils to treatments.

A major weakness - from a practical point of view - is that the model is of no value in helping one devise alternative treatments and select appropriate aptitudes. In fact, the

model may be misleading since it tends to suggest a static, rather than a dynamic, situation: it assumes one is selecting from among a small set of fixed treatments when more typically, one is attempting to vary treatments in order to increase pupils' learning.

A researcher may begin with an aptitude measure and a treatment, such as treatment A in Figure 1, that he has observed as being relatively more effective for pupils of an ATI, he then attempts to devise an alternative treatment, like treatment B or C in Figure 1, that is relatively less successful than treatment A for pupils of high aptitude and relatively more successful for pupils of low aptitude. The slope of the regression line for the alternative treatment need not be zero or negative; it only needs to be significantly different from the slope of the regression line for treatment A.

SOLOMON (1972) has noted that when a regression line has a negative slope, the corresponding treatment is of considerable interest, since pupils of low aptitude are benefitting more from it than pupils of high aptitude. He suggests some plausible alternative explanations as to why such a phenomenon might occur

In any way, the researcher's position is almost paradoxical. He has chosen an aptitude because it is apparently positively correlated with success under treatment A. The greater the extent to which he has observed this same correlation across various versions, A_1, A_2, \dots, A_n , of treatment A - that is, the greater the generality of the positive correlation - the more drastically different the alternative treatment would appear to have to be in order to yield a substantially different correlation. In other words, an aptitude that correlates positively with many existing treatments may not be a good candidate for an ATI. And conversely, an aptitude that has been observed to have negative, zero, or inconsistent correlations with existing

treatments may be a good prospect for an ATI.

The ATI formulation serves to remind the researcher that main effects are not the same as interaction effects. Or more to the point, an aptitude that one has observed as being positively correlated with the learning of mathematics may not necessarily be suitable as a basis for individualization of instruction. Suppose, for example, that one had observed that field independent pupils (Witkin, Dyk, Fatterson, Goodenough, & Karp, 1962), under a variety of instructional strategies in mathematics, tended to learn more than field dependent pupils. It would appear that the more this relationship had been observed across situations and variations in strategies, the harder it would be to devise a strategy under which field dependent pupils would achieve relatively more and field independent pupils relatively less.

The curriculum developer concerned with the individualization of instruction should not follow the path taken by our hypothetical researcher. One does not begin with an aptitude or one individual difference variable; one begins with those pupils who have not been able to profit from existing instructional strategies.

The curriculum developer will observe that, under a particular instructional strategy (either a "traditional" approach or a new one of his devising), some pupils master the content (attain the instructional goal) and other pupils do not. He should begin with those pupils who have failed to achieve mastery, and he should attempt to devise alternative instructional strategies that would have brought them further toward mastery.

If the alternative strategy is to be more than simply the original strategy followed by remedial work, then some way must be found to predict in advance which pupils are likely to fail under the existing strategy. This necessity

for prediction leads back to the question of aptitudes, but with a difference: one is not looking for a "best predictor" of failure under the original treatment; one is looking instead for aptitudes that might have some organic relation to the processes of mastery and non-mastery - the "new aptitudes" that GLASER (1972) called for.

The pupils who fail under the existing strategy may all resemble one another in a variety of ways, or they may fall into subgroups whose members have similar characteristics. Some characteristics may be shared by the successful pupils; others may not. As the curriculum developer (or strategy developer) searches for alternative approaches that might lead the unsuccessful pupils to mastery, he also searches for those aptitudes that might influence success or failure under alternative strategies. The approach is basically a clinical one.

The curriculum developer's primary goal is to raise the achievement (payoff) of pupils who are likely to fail under the existing strategy (call it treatment A). He is not especially interested in the performance of pupils likely to be high achievers under treatment A who are given treatment B instead. If they do relatively better under treatment B, then everyone should receive treatment B; if they do about the same, then either treatment will do.¹⁾ If, for pupils at a high level of aptitude, treatment B yields lower performance than treatment A,

Anmerkung 1) These decision rules assume that no other factors are operating. It may be that treatment B, for example, although yielding marginally better achievement than treatment A for pupils at the higher levels of aptitude is not considered worthwhile for these pupils because of factors such as increased cost, extra time, or increased boredom associated with treatment B. Such factors are not dealt with in the ATI model, but need to be taken into account in actually deciding which pupils get which treatments.

whereas the reverse is true for pupils at a low level of aptitude, then the curriculum developer has found an ATI, and it ought to be worth at least one journal article.

The point is that the curriculum developer should set out, not to find an aptitude that can be used as the basis for an ATI, but to construct one or more alternative instructional strategies that might lead to increased achievement for some pupils - particularly those who are not profiting from existing strategies. As alternative strategies with some promise are being developed, one can examine the processes pupils use in learning under each strategy and formulate hypotheses as to what "aptitudes" might differentially predict achievement under the various strategies. Similarities among low achievers, similarities among high achievers, and differences between the two can be used as bases for these hypotheses, but the focus should be on those pupils identified as likely to be low achievers under the original strategy rather than those pupils chosen as low on some aptitude measure.

The curriculum developer concerned with the individualization of instruction might proceed according to the following plan. Assume that resources warranted the development of, say, two alternative strategies in addition to the original instructional strategy. Pupils would be assigned at random to one of four strategy groups, A_1 , A_2 , B, or C. Groups A_1 and A_2 would be taught according to the original strategy. The instructional process in group A_1 would be observed closely, and hypotheses would be generated out of clinical work with the pupils in group A_1 to suggest why some failed to master the content, what modified strategies might lead to mastery by these pupils, and what aptitudes might predict this increased mastery. Then groups B and C would be each taught according to a modified strategy.

The question of increased performance, especially on the part of pupils likely to fail to master the content under

the original strategy, would be investigated by comparing the distributions of performance for groups A_2 , B, and C. If the performance of group A_2 had a normal distribution, for example, a skewed distribution (like that predicted by the mastery learning model; see Bloom, Hastings, & Madaus, 1971) for group B or C could be evidence of success in getting more pupils to master the content. This phase of the plan might have to be repeated, with modifications of the alternative strategies, until one obtained such evidence.

The question of aptitudes that might predict differential performance would be tackled in the next phase. Suggestions as to what these aptitudes might be would be drawn from clinical work with pupils taught according to each strategy. Measures of these aptitudes would have to be developed and refined, and a fresh set of pupils would be assigned at random to groups A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 and C_2 . All groups would receive a battery of aptitude tests, and then A_1 and A_2 would be taught according to the original strategy; B_1 and B_2 , according to one alternative strategy; and C_1 and C_2 , according to the other. Groups A_1 , B_1 , and C_1 would be used to explore the question of which aptitudes might be most promising in predicting differential performance; groups A_2 , B_2 , and C_2 would be used to test the resulting hypotheses.

Obviously, there are many possible modifications that one might make in this plan. It has been sketched in some detail to indicate that although the selection of aptitudes and treatments to be used in individualizing instruction is itself an "interactive" process, the development of alternative strategies to yield improved performance on the part of at least some students ought, as a practical matter, to take precedence over the identification of aptitudes to serve as predictors.

4. SUGGESTIONS FROM SOVIET RESEARCH ON MATHEMATICAL ABILITIES

The foregoing remarks were an attempt to suggest some of the conceptual and methodological difficulties surrounding the attempt to individualize instruction in mathematics on the basis of individual difference variables (aptitudes, characteristics, traits). One is forced to abandon - at least for a time - the neat experimental paradigm implied by the ATI model in favor of a more clinical open-ended approach that might yield treatments and aptitudes in greater harmony with one another and with pupils' learning processes.

Individual difference variables that might influence the effectiveness of instruction in mathematics are not likely to be found among standard measures of aptitude or attitude, if only because such measures have not been devised in light of the different instructional strategies that might be offered. The research literature offers few clues as to what individual difference variables might be most promising. One source that may be of some value is the work on the mathematical abilities of school children done in the Soviet Union by Krutetskii (in press). Although Krutetskii does not deal with alternative instructional strategies, he identifies a number of variables that he contends distinguish pupils who are capable in mathematics from those who are not. These variables might suggest useful modifications in instructional strategies as well as instruments to measure aptitudes.

Krutetskii uses an information theoretic model of mental activity in mathematics. He postulates three stages in solving a mathematical problem: gathering the information needed to solve it, processing the information so as to obtain a solution, and retaining information about the solution. To each of these stages correspond one or more abilities.

Pupils who are more capable in mathematics are distinguished from pupils who are less capable in mathematics, according

to Krutetskii, by their ability to grasp the formal structure of a mathematical problem. They extract more information from a problem statement and they extract it faster. For example, given a problem having either inefficient or superfluous data, the more capable pupils tended to identify the anomaly immediately and tended not to be disturbed by it; the less capable pupils could not see what was wrong and were confused and bothered by the problem.

The ability to grasp the essence of a problem, to see its structure and perhaps to see it as representative of a whole class of problems before one has begun to work toward a solution, distinguishes good and poor problem solvers. It may also suggest an alternative instructional strategy designed to develop the ability in those pupils who lack it by providing training and practice in classifying the information contained in a problem statement.

To the information-processing phase of problem solving, according to Krutetskii, correspond several abilities. The more capable pupils, compared to the less capable pupils, may be characterized by (1) an ability to generalize mathematical material rapidly and easily, (2) a tendency to skip over intermediate steps in a logical argument, (3) an ability to switch easily to another solution method, (4) a tendency to strive for an "elegant" solution where possible, and (5) an ability to switch rapidly, when requested, from a direct to a reverse line of reasoning. Each of these abilities or predispositions could be dealt with in some way in an instructional strategy. A remedial strategy might be used to assist pupils who lacked specific component abilities or a compensatory strategy might be used to assist pupils who lacked certain predispositions (see Salomon, 1972, for a characterization of these strategy types).

Finally, to the information-retaining phase of problem solving corresponds what Krutetskii terms "mathematical memory". Capable pupils tend to remember the relationships in a problem

and the principles of a solution, whereas less capable pupils tend to remember only specific details, if anything, about a problem. A remedial strategy might help some pupils develop their memory for mathematical ideas, but a compensatory strategy - in which less capable pupils were provided with categories, labels, and mnemonics of the sort that more capable pupils generate on their own - would appear more promising.

Krutetskii used a great variety of problems in his research, and each type suggests one or more aptitude measures that could be developed. But in view of the remarks in the preceding section, the development of aptitude measures should follow - or at least not precede - the development of alternative instructional strategies. Although Krutetskii's findings offer some suggestions regarding these strategies, further clinical work is necessary before such strategies can be confidently constructed.

LITERATUR

- Behr M.J.
Eastman P.M. : Interactions between structure-of-intellect factors and two methods of presenting concepts of modulus seven arithmetic: A follow-up and refinement study. In: Journal for Research in Mathematics Education, 1975, 6, 150-157
- Bloom B.S.
Hastings J.T.
Madaus G.F. : Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York: McGraw-Hill, 1971
- Bracht G.H. : Experimental factors related to aptitude-treatment interactions. In: Review of Educational Research, 1970, 40, 627-646
- Cronbach L.J. : The two disciplines of scientific psychology. In: American Psychologist, 1957, 12, 671-684
- Dougherty K. : Matching mathematics teaching to individual aptitudes of children. Unpublished study, Harvard University, 1967
- Eastman P.M.
Carry L.R. : Interaction of spatial visualization and general reasoning abilities with instructional treatment in quadratic inequalities: A further investigation. In: Journal of Research in Mathematics Education, 1975, 6, 142-149
- Glaser R. : Individuals and learning: The new aptitudes. In: Educational Researcher, 1972, 1 (6), 5-13
- Hunt D.E. : Matching models in education: The coordination of teaching methods with student characteristics. Toronto: Ontario Institute for Studies in Education 1971
- Hunt D.E. : Person-environment interaction: A challenge found wanting before it was tried. In: Review of Educational Research, 1975, 45, 209-230
- Kropp R.P. : Identification and definition of subject-matter content variables related to human aptitudes. Unpublished report, Cooperative Research Project No. 2914. Tallahassee: Florida State University 1967
- Krutetskii V.A. : The psychology of mathematical abilities in school-children. Chicago: University of Chicago Press, in press.

- Lesser G.S. : Matching instruction to student characteristics.
In G.S. Lesser (Ed.), Psychology and educational
practice. Glenview, IL: Scott, Foresman, 1971
- Salomon G. : Heuristic models for the generation of aptitude-
treatment interaction hypotheses. In: Review of
Educational Research, 1972, 42, 327-343
- Robb L.F. : Interaction of spatial visualization and general
reasoning abilities with instructional treatment
in quadratic inequalities: A follow-up study.
In: Journal for Research in Mathematics Education,
1975, 6, 132-140
- Witkin H.A. : Psychological differentiation. New York:
Dyk R.B. Wiley, 1962
Paterson H.F.
Goodenough D.R.
Karp S.A.

KOGNITIVE STILE UND MATHEMATIKUNTERRICHT

Hendrik Radatz

In diesem Beitrag sollen einige einschlägige Befunde zur Relevanz kognitiver Stile für die mathematik-didaktische Forschung aufgearbeitet und ihre Bedeutung für die unterrichtliche Praxis diskutiert werden. Konkrete Vorschläge für die Gestaltung des Unterrichts können jedoch noch nicht gegeben werden. Nach einer Einführung in das Problemfeld wird die Theorie der kognitiven Stile vorgestellt, wobei wir uns auf drei wesentliche Stildimensionen beschränken:

- * Begriffsbildungsstile analytisch-deskriptiv, schließend-kategorial und relational,
- * Wahrnehmungsstile Feldabhängigkeit vs. Feldunabhängigkeit,
- * Conceptual Tempo Impulsivität vs. Reflektiertheit.

Die vorliegenden Untersuchungsergebnisse zur Bedeutung dieser kognitiven Stile für das Lernen von Mathematik führen anschließend zur Diskussion möglicher Erziehungsinnovationen.

1. DAS PROBLEMFELD

Wie wird uns bewusst, daß in einem Mathematikunterricht als komplex-sozialem Geschehen der kognitive Bereich nur einen Teil der möglichen Schlüsselvariablen im Lehr-Lern-Prozeß abdeckt. Es bedarf der Berücksichtigung von sozial-affektiven, motivationalen, situativen u.a. Variablen beim Lehrer und Schüler sowie der Analyse prozessualer Aspekte, um quantitative und qualitative Aussagen machen zu können (vgl. Bauersfeld 1975, Kilpatrick 1975). In der gegenwärtigen mathematik-didaktischen Diskussion fehlt es nicht an Forderungen bzgl. der Reflexion lernpsychologischer und erkenntnispsychologischer Fakten. So:

1 -

"Der Mathematikunterricht muß sich mit den Fragen auseinandersetzen, wie mathematische Erkenntnisse zustande kommen und wie Lernen von Mathematik optimal geschieht."

(Bigalke 1974)

"Lernprozesse müssen die Dispositionen der Lernenden berücksichtigen."

(Wittmann 1974)

"Entwicklung differentieller Curricula, um individuellen Leistungsprofilen gerecht zu werden."

(Postel 1974)

"Intelligentes Beobachten von Lernprozessen."

(Freudenthal 1974)

Erste Ansätze, der Lösung des Problems näherzukommen, lassen sich in der Analyse der Leistungsdimensionen von TREUMANN (1974) und der Bestimmung von Fähigkeitsfaktoren durch FREUND/SORGER (1974) feststellen. Treumanns Arbeit entstand im Rahmen einer Dissertation, die in einem Zusammenhang mit dem Gutachten von P.M. ROEDER (1974) über Modelle der Differenzierung in Abhängigkeit von Leistungsdimensionen einzelner Fächer steht. Treumann geht von der Tatsache aus, daß eine globale Leistungsdifferenzierung, die sich auf die Gesamtleistungen der Schüler im Fach Mathematik bezieht, nicht den in sie gesetzten Erwartungen einer individuell angemessenen Förderung gerecht wird. Er stellt dem seinen Ansatz gegenüber, den Mathematikunterricht einmal in sinnvolle inhaltlich und methodisch akzentuierte "Leistungsbereiche" aufzugliedern, denen andererseits auf Seiten der Schüler empirisch feststellbare kognitive "Leistungsdimensionen" entsprechen. Freund und Sorger verfolgen das Ziel, im mathematischen Anfangsunterricht kognitive Fähigkeitsfaktoren zu operationalisieren, um diese dann durch Aufgaben mit mathematischen Inhalten zu verändern.

Die Hauptschwäche beider Ansätze liegt in der Identität der Leistungsdimensionen bzw. Fähigkeitsfaktoren mit Intelligenzfaktoren. Diese können im kognitiven Bereich nur einen Teil der Varianz erklären. Welches aber sind die Gründe da-

für, daß Kinder mit vergleichbaren Intelligenzprofilen sehr unterschiedliche Leistungen, Interessen und Verhaltensformen bei denselben Problemen oder Unterrichtsmodellen zeigen? SIGEL und COOP (1974) stellen fest:

"Irrespective of the investigator, however, it seems clear that individual differences in cognitive functioning exist, and most important, these differences are not attributable to differences in intelligence, but rather are manifestations of personality." (S. 261)

Einen wichtigen Beitrag zum Erfassen derartiger Persönlichkeitsmerkmale, die für den Prozeß der Erziehung bedeutsam sind, bietet die Theorie der kognitiven Stile.

2. ZUR THEORIE DER KOGNITIVEN STILE

Einen ersten Überblick über das Forschungsfeld und den Versuch einer theoretischen Einordnung findet man in der Abhandlung von KAGAN und KOGAN (1970) zur Individualität und Auseinandersetzung bzw. Leistung im kognitiven Bereich.

Nach MESSICK (1970) repräsentieren kognitive Stile die typische Eigenart des Individuums wahrzunehmen, sich zu erinnern, zu denken und Probleme zu lösen.

SIGEL und COOP (1974) formulieren:

"It is a broad concept encompassing a variety of seemingly different behaviors, attitudes and dispositions. ... The term cognitive style has been used by a number of psychological investigators to denote the different ways in which children and adults perceive and categorize their environment in particular situations." (S. 251)

Für Kagan zeigen sich individuelle Unterschiede als kognitive Stile insbesondere in den folgenden Aspekten des Problemlösungsprozesses:

- * Enkodieren und Dekodieren von Informationen
- * Gedächtnisleistungen
- * Hypothesenbildung
- * Abwägen und Auswahl von Hypothesen
- * Schlußfolgerungen und Rückblick

Aufgrund einer Reihe von Untersuchungsergebnissen und Analysen scheinen von den kognitiven Stilen drei Dimensionen für das Lernen von Mathematik relevant zu sein. Sie sollen nachfolgend beschrieben werden.¹⁾

2.1 BEGRIFFSBILDUNGSSTILE: analytisch-deskriptiv, schließend-kategorial und relational

Die Forschungsgruppe um Kagan, Moss und Sigel beobachtete drei Stile der Begriffsbildung im Sinne der Klassenbildung. In Abgrenzung zu der Begriffsfähigkeit, die von der Entwicklung einzelner kognitiver Prozesse abhängig ist, meint Begriffsbildungsstil hier die Art und Weise der Begriffsklassifizierung, d.h. die individuelle Berücksichtigung bestimmter Aspekte (vgl. Falkner 1973). Ein Beispiel aus dem "Sigel Conceptual Style Test" soll dem Verständnis dienen.



Abb. 1: Beispiel aus dem Sigel Conceptual Style Test²⁾

Anmerkung 1) Vgl. zu den Definitionen SKOWRONEK (1968), KAGAN/KOGAN (1970), FALKNER (1973) und SIGEL/COOP (1974).

Anmerkung 2) Directions: Choose two of the three pictures that you think go together, or alike in some way. Write the letters of these two pictures, and then tell why you feel these two go together or are alike in some way. There are no right or wrong answers, so just put what you think is best.

A n a l y t i s c h - d e s k r i p t i v : Diese Kategorie schließt Auffassungen bzw. Klassifizierungen ein, die sich auf die Ähnlichkeit objektiver Momente der Reizsituation stützen, die wiederum Teil des Gesamtreizes sind. Beim Testbeispiel könnte der Pb. die Bilder D und F auswählen, weil beide Frauen schwarze Schuhe tragen. Die Antwort charakterisiert das Aufteilen der Reizsituation in diskrete Teile, wobei diese die Grundlage für die Kategorisierung des Ganzen bilden.

S c h l i e ß e n d - k a t e g o r i a l : Antworten dieser Art gehen nicht direkt auf objektive Attribute der Reizkonstellation zurück, sondern beziehen eine Schlußfolgerung aufgrund inhaltlicher Merkmale ein. Im Beispiel können wiederum D und F eine Klasse bilden, weil D und F Frauen darstellen.

R e l a t i o n a l : Hier werden Klassifizierungen funktionaler Art eingeordnet. Dabei treten zeitliche und räumliche Verknüpfungen der Figuren auf, die einzelnen Teile werden thematisch zusammengefaßt. In diesem Sinne gehören z.B. E und F zusammen, weil F die Aufgabe hat, das Haus zu säubern. Bei relationalen Antworten gibt es keine unabhängigen Elemente einer Klasse. Die Beziehung zu einem anderen Element bestimmt die Auswahl.

2.2 WAHRNEHMUNGSSTILE : Feldabhängigkeit versus Feldunabhängigkeit

Diese Stile betrafen zunächst unterschiedliche Formen des Wahrnehmens und der Informationsaufnahme. Der globalen Art **F e l d a b h ä n g i g k e i t** steht die mehr analytische¹⁾ Art **F e l d u n a b h ä n g i g k e i t** gegenüber. Während beim ersten Stil der Einfluß des Feldes bzw. des Kontextes groß ist, werden mit zunehmender Feldunabhängigkeit die Ein-

Anmerkung 1) Der Terminus "analytisch" ist nicht identisch mit dem analytischen Begriffsbildungsstil nach Sigel.

zelheiten vom Hintergrund abgehoben und die Kontexteinflüsse überwunden (vgl. Witkin et al. 1962). Die Definition, theoretische Einordnung und Testkonstruktionen gehen auf Forschungsarbeiten der Gruppe um Witkin zurück.

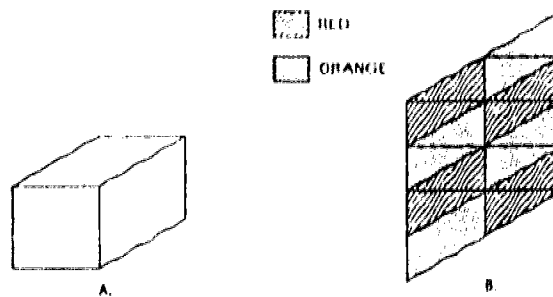


Abb. 2: Beispiel aus dem "Embedded Figures Test" ¹⁾

In einer Reihe von neueren Untersuchungen wurden Korrelationen zwischen Feldabhängigkeit vs. Feldunabhängigkeit und generellen Eigenarten des Denkens sowie Handelns festgestellt, so daß die Bedeutung der Stile über den Bereich des Wahrnehmens hinaus ausgedehnt werden muß.

2.3 CONCEPTUAL TEMPO : Impulsivität versus Reflektiertheit

Unter dem kognitiven Tempo **I m p u l s i v i t ä t** versus **R e f l e k t i e r t h e i t** versteht man individuelle Unterschiede in der Geschwindigkeit, mit der Informationen verarbeitet, Hypothesen ausgewählt und angeboten werden. Diese Dimension beschreibt das Maß des Reflektierens beim Kinde und Erwachsenen über die unterschiedliche Gültigkeit alternativer Reize oder Lösungshypothesen in Problemsituationen. Impulsive zeigen schnelle Antwortzeiten und bieten die erste beste Hypothese an, ohne diese zuvor intensiv auf ihre Ange-

Anmerkung 1) Direction: Find the simple geometric figure (A) in the more complex figure (B).

messenheit und Gültigkeit geprüft zu haben. Das ist verbunden mit einer großen Fehlerwahrscheinlichkeit in komplexen Situationen. Dagegen sind Reflektierende dadurch charakterisiert, daß sie zögern, ehe sie die erste Klassifikation oder Lösungshypothese nennen. Sie bemühen sich um ein Abwägen mehrerer Lösungshypothesen, so daß sich eine negative Korrelation zwischen der benötigten Zeit und der Anzahl der Fehlleistungen feststellen läßt.¹⁾

Wir können im Rahmen dieses Artikels weder die Fülle der für den Unterricht allgemein relevanten Untersuchungen im Zusammenhang mit kognitiven Stilen noch die kritische Diskussion zur Theorie selbst referieren. Für die psychologische Forschung zur kognitiven Stiltheorie standen in den letzten Jahren Fragen im Vordergrund wie: Beziehungen zu Intelligenz, Kreativität und sozioökonomischem Status sowie Bedingungen für die Ausprägung kognitiver Stile und Möglichkeiten der Veränderung. Untersuchungen zur pädagogischen Bedeutung können von seiten der experimentellen Psychologie nicht erwartet werden; hier liegen explizit didaktische Forschungsfelder vor.

Die vorliegenden Befunde einer derart didaktischen Forschung zum Mathematiklernen sollen im nächsten Abschnitt referiert werden.

Anmerkung 1) Gebräuchliches Instrument zur Bestimmung von Imp. vs. Refl. ist der Matching Familiar Figures Test (MFF) nach Kagan. Den einzelnen Pbn. werden das Bild eines vertrauten Objekts und gleichzeitig 4 bis 12 (je nach Alter) sehr ähnliche Darstellungen gezeigt, wovon nur genau eine dem Original entspricht. Diese identische Darstellung soll gefunden werden. Bei Fehlantworten muß der Pb. die einzelne Aufgabe bis zur richtigen Entscheidung bearbeiten. Festgehalten werden die Zeiten bis zur ersten Antwort und die Gesamtzahl der Fehlantworten. Nach einer doppelten Medienteilung wird die Einteilung in reflektierend (viel Zeit - wenig Fehler), impulsiv (wenig Zeit - viele Fehler) sowie in zwei Mischtypen vorgenommen.

Diese Stildimension geht auf eine Vielzahl von Untersuchungen von Kagan und Mitarbeiter im letzten Jahrzehnt zurück. Deutschsprachige Überblicke bieten u.a. die Veröffentlichungen von Wagner (Universität Bochum) und die Dissertation des Verfassers (a.a.O.).

3. UNTERSUCHUNGSERGEBNISSE ZUM LERNEN VON MATHEMATIK

Die Ansätze lassen sich vier Untersuchungsbereichen zuordnen: dem Einfluß kognitiver Stile auf

- (1) die Leistungen und den Erfolg im Mathematikunterricht;
- (2) die Begriffsbildung im mathematischen Anfangsunterricht;
- (3) das Bearbeiten mathematischer Inhalte und Probleme in unterschiedlichen Repräsentationsformen;
- (4) Wechselwirkungen zwischen Lehrern und Schülern (Trait-Trait-Interaction).

Zu (1): In zahlreichen Untersuchungen werden Beziehungen zwischen "Math.-Achievement-Tests" und der Ausprägung bestimmter kognitiver Stile bei den Schülern aufgezeigt. Die vorliegenden Befunde erlauben die Aussagen, daß für den Erfolg im Mathematikunterricht

- die Reflektiertheit,
- der analytische Begriffsbildungsstil sowie
- die Feldunabhängigkeit

bedeutsame kognitive Dispositionen sind. Die uns vorliegenden Untersuchungsergebnisse werden nachfolgend tabellarisch zusammengestellt. Die Analyse von SPITLER (1970) und die Untersuchungen des Verfassers¹⁾ bestätigen die Relevanz der bereits erwähnten kognitiven Stile für den Erfolg im Mathematikunterricht. Dafür gibt das "Conceptual Tempo" Impulsivität vs. Reflektiertheit offensichtlich die wichtigsten Hinweise in der Primarstufe und Sekundarstufe I. Die Studie von SHUERT (1972), in der die Frage nach den kognitiven Stilen besonders erfolgreicher Mathematikstudenten und Mathematiker untersucht wurde, weist auf die Bedeutung dieser kognitiven Persönlichkeitsmerkmale auch bei der Auseinandersetzung mit komplexen mathematischen Problemen hin.

Anmerkung 1) Dissertation zum Thema: Zur Bedeutung der Dimension Impulsivität vs. Reflektiertheit für den Bereich der Erziehung. (Universität Bielefeld, Fakultät für PPP, 1974).

UNTERSUCHUNG	ALTER d.Pbn.	KOGNITIVE STILE (gemessen mit)	LEISTUNGSMESSUNG mit	ERGEBNISSE
ROGENFELD 1958	grade 8	Feldabh.-Feldunabh. (EFT)	Progressive Arithmetic Test / B	Feldunabh.Schüler sind signifikant erfolgreicher, insbes.bei math.Beweisführungen.
CATHCART/ LIEDTKE 1969	grade 2/ 3	Imp. - Refl. (MFF)	Mathematics Achievement Test	Refl.Schüler erreichen höhere Punktwerte; das zeigt sich verstärkt beim Subtest "Problem Solving".
RICHARDS 1972	grade 1	Begriffsbildungs- stile (SCST) Imp. - Refl. (MFF)	S.R.A. Achievement Series / C	Der analytische Begriffsbildungsstil und eine geringe Fehlerzahl beim MFF korrelieren positiv mit der Begriffsfähigkeit und dem schlußfolgernden Denken im MU sowie der Rechenfertigkeit.
NELSON 1972	grade 7	Feldabh.-Feldunabh. (EFT) Imp. - Refl. (MFF)	Geometric Achievement Test	Feldunabh.Schüler sind bei der Bearbeitung geometrischer Probleme erfolgreicher als feldabh. Zwischen refl. bzw. imp. Pbn. zeigen sich keine Unterschiede.
EDGEELL 1973	grade 3	Imp. - Refl. (MFF)	Pick Pictures Task (NLSMA)	Refl. Schüler zeigen bessere Leistungen als ihre imp. Altersgenossen.
REBHUN 1973	grade 2, 3, 4	Imp. - Refl. (MFF)	Metropolitan Achievement Test / G	Insgesamt und bei den drei Subtests - Math. Computation, Concepts und Problem Solving - sind die refl. Schüler erfolgreicher.
WALEK 1972	grade 4	Imp. - Refl. (MFF)	Mathematical Problem Solving Test	Refl. Schüler lösen die math.Probleme signifikant besser.
CATHCART/ LIEDTKE 1973	grade 2	Imp. - Refl. (MFF)	Mathematics Achievement Test	Refl. zeigen bessere Leistungen bei den Subtests "Recall of Basic Facts" und "Problem Solving" sowie beim Leistungstest insgesamt.

NG	ALTER d.Pbn.	KOGNITIVE STILE (gemessen mit)	LEISTUNGSMESSUNG mit	E R G E B N I S S E
8	grade 8	Feldabh.-Feldunabh. (EFT)	Progressive Arithmetic Test / B	Feldunabh.Schüler sind signifikant erfolgreicher, insbes.bei math.Beweisführungen.
9	grade 2/ 3	Imp. - Refl. (MFF)	Mathematics Achievement Test	Refl.Schüler erreichen höhere Punktwerte; das zeigt sich verstärkt beim Subtest "Problem Solving".
2	grade 1	Begriffsbildungsstil (SCST) Imp. - Refl. (MFF)	S.R.A. Achievement Series / C	Der analytische Begriffsbildungsstil und eine geringe Fehlerzahl beim MFF korrelieren positiv mit der Begriffsfähigkeit und dem schlußfolgernden Denken im MU sowie der Rechenfertigkeit.
2	grade 7	Feldabh.-Feldunabh. (EFT) Imp. - Refl. (MFF)	Geometric Achievement Test	Feldunabh.Schüler sind bei der Bearbeitung geometrischer Probleme erfolgreicher als feldabh. Zwischen refl. bzw. imp. Pbn. zeigen sich keine Unterschiede.
3	grade 3	Imp. - Refl. (MFF)	Pick Pictures Task (NLSMA)	Refl. Schüler zeigen bessere Leistungen als ihre imp. Altersgenossen.
3	grade 2, 3, 4	Imp. - Refl. (MFF)	Metropolitan Achievement Test / G	Insgesamt und bei den drei Subtests - Math. Computation, Concepts und Problem Solving - sind die refl. Schüler erfolgreicher.
2	grade 4	Imp. - Refl. (MFF)	Mathematical Problem Solving Test	Refl. Schüler lösen die math.Probleme signifikant besser.
3	grade 2	Imp. - Refl. (MFF)	Mathematics Achievement Test	Refl. zeigen bessere Leistungen bei den Subtests "Recall of Basic Facts" und "Problem Solving" sowie beim Leistungstest insgesamt.

Zu (2): Innerhalb der didaktischen Diskussion zum mathematischen Anfangsunterricht nehmen Piagets Erkenntnisse zur Entwicklung grundlegender Begriffe einen breiten Raum ein. Sie beeinflussen die Auswahl, Gestaltung und Sequentierung der Unterrichtsmaterialien bzw. mathematischen Inhalte.

SIMPSON (1970), SPITLER (1970), POLMATIER (1972) und SCHWABEL (1974) stellten Beziehungen zwischen kognitiven Stilen und der Bildung mathematischer Grundbegriffe nach Piaget fest. Die beobachteten Effekte beim Bearbeiten von Piagets Aufgaben zur Invarianz von Mächtigkeit, Substanz und Volumen, zur Klasseninklusion und zur Entwicklung geometrischer Fähigkeiten unter topologischem bzw. euklidischem Aspekt sind signifikant groß. So faßt Spitler nach einer breit angelegten Analyse zusammen, daß

- * die Reflektiertheit,
- * der analytische Begriffsbildungsstil sowie
- * die Feldunabhängigkeit

"... seem to be beneficial for the acquisition of the concepts that are the basic foundation of number, space and geometry."
(1970, 118)

Zu (3): Zum dritten Untersuchungsfeld, das die Auswirkungen kognitiver Stile auf das Lernen an Curriculummaterialien betrifft, sind uns bisher noch keine empirischen Daten zugänglich. Die Wichtigkeit dieses Aspekts wurde durch Unterrichtsbeobachtungen und Lehrererfahrungen deutlich, wie sie SPITLER (1970) in ihrer Analyse benutzt. Hier liegt u.E. ein explizit didaktisches Forschungsfeld vor, dessen Bearbeitung noch aussteht. In der nachfolgenden Problembeschreibung beziehen wir uns im wesentlichen auf die Aussagen und Hypothesen Spitzlers.

Die Diskussion der Brunerschen Repräsentationsmodi sowie die Reform der mathematischen Inhalte (Relationen, Mengenlehre, Geometrie etc. bereits in der Grundschule) haben vermehrt zu einer bildhaften Gestaltung von mathematischen Aufgaben und Erklärungen geführt. Die Ikonisierung mathematischer Sachverhalte hat am Schulanfang zweifellos viele Vorteile, wie z.B.

die Möglichkeit, den Schülern nichtverbale Arbeitsanweisungen zu geben. Man sollte jedoch bedenken, daß die Darstellungen sehr oft ein Gliedern in kleine Detailspekte erfordern. Nachfolgend drei Beispiele aus Grundschullehrbüchern:

Wieviel Vierecke? - Wieviel Dreiecke?

S

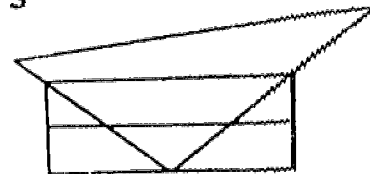


Abb. 3

→ ... ist leichter als ...

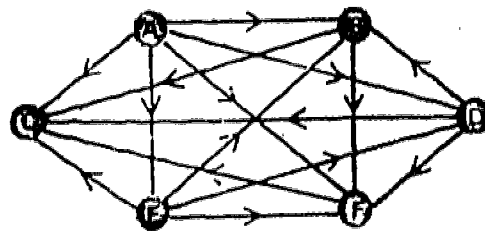


Abb. 4

Grundmenge = Menge der Plättchen eines Begriffsspiels
 Menge A = Menge der gelben Plättchen
 Menge B = Menge der glatten Plättchen
 Menge C = Menge der runden Plättchen

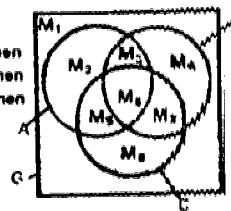


Abb. 5

Es wird deutlich, daß feldabhängigen Kindern das Bearbeiten derartiger Aufgaben große Schwierigkeiten bereiten muß, während die feldunabhängigen Schüler Vorteile haben, da sie sich besser auf die Details konzentrieren und von unwesentlichen Dingen absehen können.

Die Beispiele aus Lehrbüchern der Sekundarstufe zeigen, daß sich das Problem nicht auf den Mathematikunterricht der Primarstufe beschränken läßt.

1. Löse die Snellius-Pothoten-Aufgabe nach Abb. 81. Berechne nach dem Kosinussatz s , nach dem Sinussatz e_1 (oder e_2) und daraus dann x .

2. Führe die Berechnung nach Übg. 1 auch für die Lagebeziehung durch, bei der beide Umkreismittelpunkte M_1 und M_2 auf derselben Seite von π liegen.

3. Berechne die Aufgabe von Snellius-Pothoten mit folgenden Zahlenwerten

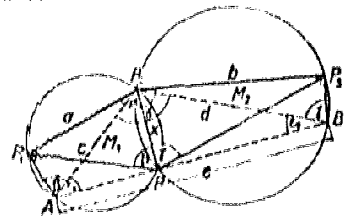


Abb. 81
Zur Aufgabe von Snellius-Pothoten

Abb. 6

- a) $a = 4250 \text{ m}$; $b = 6540 \text{ m}$; $\alpha = 115^\circ 40'$; $\beta = 36^\circ 35'$; $\gamma = 57^\circ 15'$;
b) $a = 975 \text{ m}$; $b = 853 \text{ m}$; $\alpha = 105,6^\circ$; $\beta = 23,7^\circ$; $\gamma = 20,6^\circ$.

37. a) $\frac{3x^2y^3 - 9x^3y^2}{4x^3b^3 + 3x^2b^2}$ b) $\frac{6a^3b^2 - 5a^2b^3}{5x^3y^2 + 3x^2y^3}$ c) $\frac{9x^2y^3 - 27x^3y^2}{5x^3b^3 + 16a^2b^2}$

38. a) $\frac{3am^2b^3 - 2cm^2a^2}{5cm^2y^3 - 3cm^2a^2}$ b) $\frac{3am^2b^3 + 1cm^2a^2}{4cm^2y^3 + 1cm^2a^2}$ c) $\frac{12a^3b^2 + 12a^2b^3}{12a^3b^2 + 12a^2b^3}$

Abb. 7

39. a) $(10a^3 + 23a^2 + 18a^3 + 9a^3) : (2a^3 + 3a)$
b) $(175b^3 + 200b^2 + 350b^3 + 400b^3 + 175b^3 + 200b^3) : (7b^3 + 8b)$

$\Delta ABC \xrightarrow{a, 60^\circ, (+2)} \Delta A^*B^*C^* \xrightarrow{b, (-1)} \Delta A'B'C', a \cap b = (F)$
Bestätige: $c, (+2) \cdot (-1)$ Fec.

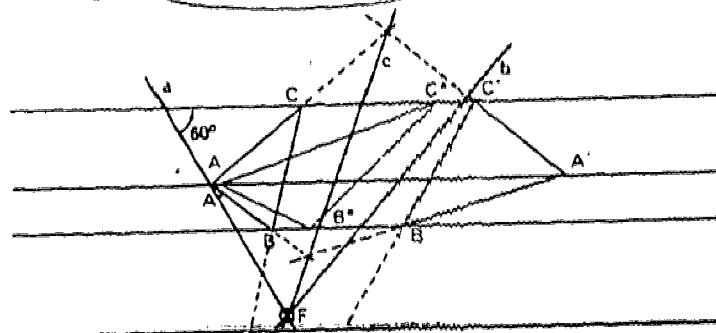


Abb. 8

Neben den Stilen Feldabhängigkeit bzw. Feldunabhängigkeit bei der Informationsaufnahme und -verarbeitung wird auch das konzeptuelle Tempo die Fähigkeit des Analysierens von bildhaften Darstellungen und Texten beeinflussen. Der reflektierende Schüler wird im Gegensatz zum impulsiven erst mehrere Hypothesen bilden und diese gegeneinander abwägen, ehe er eine mögliche Lösung anbietet.

In diesem Zusammenhang soll auf die Beziehungen zwischen Impulsivität vs. Reflektiertheit und der Dezentrierungsfähigkeit nach Piaget hingewiesen werden. Für Piaget ist beim jüngeren Kind die Wahrnehmung in der Weise zentriert, daß sie

durch die dominierenden Aspekte des visuellen Feldes gefangen und festgehalten wird. Mit dem Alter und der Entwicklung wahrnehmungsmäßiger Strategien nimmt die Dezentrierung der kindlichen Wahrnehmung zu, und werden gleichzeitig die Einflüsse der sog. Feldeffekte überwunden. SHINE (1971) weist in ihrer Untersuchung nach, daß sich impulsive Schüler bei der Analyse von Darstellungen stärker durch Feldeffekte beeinflussen lassen. Ein feldabhängiges und zugleich impulsives Kind wird die größten Schwierigkeiten beim Verständnis von komplexen, bildhaften Darstellungen mathematischer Sachverhalte haben.

Zu (4): Mit der zunehmenden Erkenntnis über die Komplexität unterrichtlichen Geschehens wurde deutlich, daß in Forschung und Innovationsbemühungen die Beschränkung auf isolierte Aspekte (Lehrerverhalten, Schülermerkmale, Curriculummaterial, außerschulische Bedingungen etc.) dem Unterrichtsprozeß nicht gerecht wird. Das führte in den letzten Jahren u.a. zu den Forschungsansätzen der Wechselwirkung zwischen Schülermerkmalen und Unterrichtsform/Unterrichtsinhalten (Trait-Treatment-Interaction) sowie dem Untersuchen der Effekte von Interaktionen zwischen Schüler- und Lehrermerkmalen (Trait-Trait-Interaction) im Hinblick auf den schulischen Erfolg. Die "Übereinstimmungs-Gegensatz-Hypothese" bei Schüler x Lehrer Interaktionen (vgl. Brophy-Good, 1974) wird in zahlreichen Untersuchungen bestätigt. Derartige Befunde gewinnen an Gewicht, wenn Brophy feststellt:

"Most teacher behavior directed at students is directed at individuals rather than at the whole class, and student individual differences affect such teacher behavior." (1975, 1)

Zwei Untersuchungen zum Mathematikunterricht sollen referiert werden, die auf die Relevanz kognitiver Stile unter dem obigen Aspekt hinweisen. WASSER (1969) stellte fest, daß Lehrer dahin tendieren, die Mathematikleistungen der Schüler besser zu beurteilen und zu benoten, wenn die kognitiven Stile der Schüler mit ihren eigenen vergleichbar sind.

Der Verfasser untersuchte die Auswirkungen von Trait-Trait-Interaction im Hinblick auf den Erfolg im Mathematikunterricht

am Ende der Grundschulzeit. Die Leistungen wurden durch einen lernzielorientierten Test gemessen, als kognitive Persönlichkeitsvariable konnte bei Schülern und Lehrern das konzeptuelle Tempo berücksichtigt werden. Dabei zeigen sich bereichsspezifische Unterschiede. So waren bei Aufgaben aus der Mengensprache und dem Sachrechnen (vgl. Abb.9) die Effekte signifikant, nicht aber im Bereich der Geometrie (vgl. Abb.10).

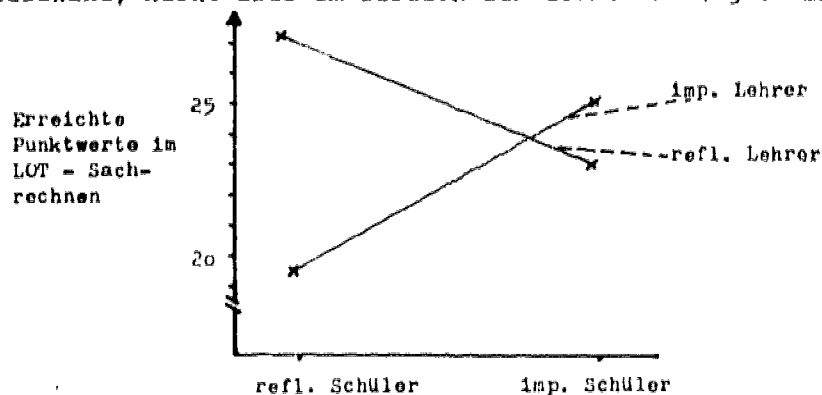


Abb. 9

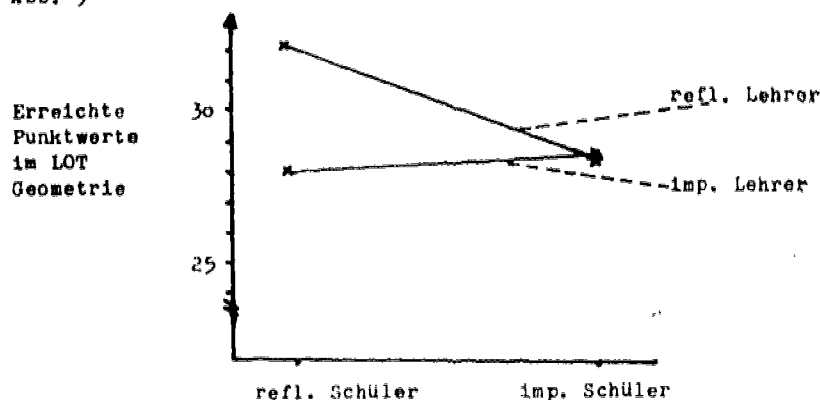


Abb. 10

4. DISKUSSION

Die referierten Untersuchungen weisen darauf hin, daß für das Lernen von Mathematik insgesamt

- die Feldunabhängigkeit,
- der analytische Begriffsbildungsstil und
- die Reflektiertheit

vorteilhafte kognitive Dispositionen sind. Beim Konzeptuellen Tempo wurden bereichsspezifische Unterschiede festgestellt (vgl. Nelson 1972, Radatz aaO.). Reflektierende Kinder zeigen in der Mengensprache und den sog. problemorientierten Aufgaben die größten Erfolge, während sich im Bereich der Geometrie die Erfolge auf reflektierende und impulsive gleichermaßen verteilen. Es soll auf einen folgenreichen Zusammenhang zwischen der Bereichsspezifität kognitiver Stile und deren Ausprägung in Abhängigkeit vom der Zugehörigkeit zu einer bestimmten sozialen Schicht hingewiesen werden. Kinder aus der sozialen Mittel- bzw. Oberschicht tendieren sehr viel häufiger zu einem reflektierenden und analytischen Stil als die Unterschichtkinder (Kagan/Kogan 1970, Cohem 1968, Sigel 1971). So müssen kompensatorische Ambitionen in Verbindung mit der Reform des Mathematikunterrichts in der Grundschule bei einer Überbetonung strukturmatischer und problemorientierter Inhalte fragwürdig erscheinen. Insbesondere dann, wenn man bedenkt, daß die Ausprägung der spezifisch vorteilhaften kognitiven Stile vom sozioökonomischen Status und den Sozialisationserfahrungen der Kinder abhängt.

Die Erkenntnisse über die Bedeutung bestimmter kognitiver Stile für das Lernen von Mathematik könnten zur Förderung führen, diese kognitiven Dispositionen im Hinblick auf das Mathematiklernen "positiv" zu verändern. Die uns bekannten Versuche zur Trainierbarkeit kognitiver Stile (vgl. u.a. Wagner 1975, Sigel/Coop 1974) machen deutlich, daß Veränderungen nur durch spezifische Beeinflussung des Informationsverarbeitungsprozesses, des Wahrnehmungsverhaltens und der generellen Problemlösungsstrategien möglich sind. Das kann der Mathematikunterricht nicht leisten. Selbst wenn es möglich wäre, den Mathematikunterricht daraufhin anzulegen, die Qualität der für das Lernen von Mathematik relevanten Stildimensionen zu steigern, wäre ein derartiger Ansatz pädagogisch problematisch. Man weiß, daß

bestimmte kognitive Persönlichkeitsmerkmale wohl für das Lösen mathematischer Probleme vorteilhaft sind, sich gleichzeitig aber negativ bei der Auseinandersetzung in musisch-ästhetischen, sozialen und anderen Bereichen auswirken (vgl. Kagan/Kogan 1970). So kann kein Unterrichtsfach für sich in Anspruch nehmen, die spezifisch anzustrebenden Schülermerkmale zu pflegen bzw. zu manipulieren.

Akzeptiert man die Unmöglichkeit fachspezifischer Prägung kognitiver Persönlichkeitsmerkmale und bedenkt man deren relative Stabilität, bieten sich für didaktische Innovationen zwei Bereiche an: die Lehrerbildung und die Curriculumentwicklung.

- .1 Im Unterrichtsprozeß nimmt der Lehrer mit seinen Entscheidungen und seinem Verhalten eine zentrale Rolle ein. Die Wirksamkeit curricularer Vorschläge wird überwiegend durch den Lehrer bestimmt, insofern er noch so schön und präzise komponierte Materialien zu sehr unterschiedlichen Wirkungen bringen kann. So bedarf es der Sensibilisierung des Lehrers für seine Interaktionen mit dem einzelnen Schüler im Unterrichtsprozeß. Das setzt u.a. die Entwicklung handhabbarer Diagnosehilfen - nicht psychologischer Tests - und darauf abgestimmte Handlungsmodelle voraus. Als mögliche Zugänge sehen wir die Bedingungsanalyse des mathematischen Lernprozesses beim Schüler mit Hilfe der didaktischen Fehleranalyse sowie den Erfahrungsaustausch von Lehrern in Kooperation mit Mathematikdidaktikern an.
- .2 Im curricularen Bereich sollte versucht werden, den methodischen Absolutheitsanspruch zu überwinden. Die gebräuchlichen Lehrwerke und Unterrichtsmaterialien sind häufig dadurch gekennzeichnet, daß alle Schüler nach einer Methode oder mit Hilfe eines sog. didaktischen Prinzips die Lernziele erreichen sollen. Man kann aber davon ausgehen, daß kein Lehrverfahren oder didaktisches Modell für alle Schüler gleichermaßen effektiv ist. Gerade die Ergebnisse der Forschungsansätze zur Trait-Treatment-Interaktion weisen

auf die Unzulänglichkeiten normativer Methoden für alle Schüler hin.

Aus FLAMMERS (1975) Forderung, in der gegenwärtigen Unterrichtspraxis möglichst viele Arten von Unterrichtsstilen, Repräsentationsformen und Begriffsmodellen zu realisieren, um so möglichst vielen Schülern den Einsatz ihrer besonderen Fähigkeiten einzuräumen, läßt sich eine Mehrwegmethode ableiten. Durch eine breite Fächerung von Unterrichtsstilen, Repräsentationsformen und Begriffsmodellen müßte sie versuchen, die individuellen Begriffsbildungs-, Wahrnehmungs- oder Problemlösungsstile der Schüler zu berücksichtigen. Wir sehen hier eine hoffnungsvolle Möglichkeit der Differenzierung bzw. Individualisierung.

"The more varied and flexible the style options that individuals have, the more successful they are in problemsolving behavior. It would, therefore, be advantageous for the children to have more options." (Sigel/Coop 1974, S.269)

Sensibilisierung der Lehrer, individualisierende Handlungsmodelle und die Mehrwegmethode eröffnen der Erziehung und der Mathematik in der Schule einen Bereich, der bisher nicht ausdrücklich Gegenstand des Unterrichts war:

die S e l b s t r e f l e k t i e r t h e i t . Ein anzustrebendes Ziel des Mathematikunterrichts muß es sein, den Schüler zur Einschätzung seiner kognitiven, sozialen, motivationalen u.a. Merkmale anzuleiten und ihm Möglichkeiten zu bieten, die Wirksamkeit verschiedener Stile der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten sowie seinen spezifischen Lerntyp zu erfahren. Für ROTH (1971) sind derartige Lehr- und Erziehungsprozesse zur Gewinnung von Selbstkontrolle notwendige Voraussetzungen für die Entwicklung eines mündigen Verhaltens.

In der mathematik-didaktischen Forschung und Curriculumentwicklung sollte die Bedeutung und Überbetonung inhaltlicher Aspekte ("was") relativiert werden durch die Analyse der Bedingungen des mathematischen Lernprozesses ("wie"). Letztere

können nicht aus der Struktur der Fachdisziplin Mathematik mit Hilfe mathematischer Elementarisierungen oder Reflexionen gewonnen werden. Auf mathematische Inhalte beschränkte Handlungsmodelle müssen zur Folge haben, daß sich der Lehrer zu sehr mit dem Wissen der Schüler befaßt und nicht mit der "Person" und ihren aktuellen Lernbedingungen.

LITERATUR

- Bauersfeld H. : Forschungsdesiderate in der Mathematikdidaktik.
Vortrag auf der 9. Bundestagung für Didaktik der
Mathematik in Saarbrücken, 12.3.1975
- Bigalke H. : Sinn und Bedeutung der Mathematikdidaktik.
In: ZDM 1974 (6), Heft 3
- Brophy J.E. : Teacher - Student Relationship. New York 1974
Good T.L.
- Brophy J.E. : The Student as the Unit of Analysis Research Report
No 75 - 12, University of Texas/Austin
- Cathcart W.G. : Reflectiveness/Impulsiveness and Mathematics
Liedtke W. Achievement. In: Arithmetic Teacher 1969, 563-567
- Cathcart W.G. : Role of Conceptual Tempo in Concept Formation.
Liedtke W. In: Alberta Journal of Educational Research 1973 (19)
No 3, 216-223
- Cohen R.A. : The Relation between Social-Conceptual Style and
Orientation to School Requirement.
In: Sociology of Education 1968 (41), 201f
- Coop R.H. : Psychological Concepts in the Classroom. New York 1974
White K.
- Cunningham W.G. : The Impact of Student-Teacher Pairings on Teacher
Effectiveness. In: American Educational Research
Journal 1975 (12), 169-189
- Edgell J.J. : The Relation between Cognitive Style of Children and
Their Cognitive Strategy in the Attainment of Selected
Mathematical Concepts. Diss. 1973 (Austin), DAI 34 A,
2384
- Falkner R. : Begriffsbildungsstile im Vorschul- und Schulkindergar-
tenalter unter besonderer Berücksichtigung analytischer
Zuordnungen. In: Psychologie in Erziehung und Unter-
richt 1973 (20), 377f
- Flammer A. : Wechselwirkung zwischen Schülermerkmal und Unterrichts-
methode. In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie
und Pädagogische Psychologie 1973 (2), 130-147
- Flammer A. : Individuelle Unterschiede im Lernen. Weinheim 1975
- Freudenthal H. : Sinn und Bedeutung der Didaktik der Mathematik.
In: ZDM 1974 (6), Heft 3

- Freund H. : Fähigkeiten im mathematischen Anfangsunterricht -
Sorger P. Versuch einer Operationalisierung. In: Die Schul-
warte 1974 (27), Heft 10/11, 120-136
- Glaser R. : Lernen und individuelle Unterschiede. In: Edelstein W.
Hopf D. (Hrsg.): Bedingungen des Bildungsprozesses.
Stuttgart 1973
- Hunt D.E. : Between Psychology and Education. Himsdale 1974
Sullivan E.V.
- Kagan J. : Individuality and Cognitive Performance.
Kogan N. In: Mussen P.H. (Ed.): Carmichael's Manual of Child
Psychology, 3rd Ed. (Vol. 1). New York 1970
- Kifer E. : Relationship between Academic Achievement and Persona-
lity Characteristics: A Quasi - Longitudinal Study
In: American Educational Research Journal 1975 (12)
No 2, 191-210
- Kilpatrick J. : Variables and Methodologies in Research on Problem
Solving. Paper at Research Workshop, May 1975 in Athens
- Messick S. : The Criterion Problem in the Evaluation of Instruction:
Assessing Possible, Not Yet Intended, Out Comes.
In: Wittrock M.C., Wiley D.E. (Ed.): The Evaluation of
Instruction. New York 1970
- Nelson B.A. : Effects of the Analytic-Global and Reflectivity-
Impulsivity Cognitive Styles on the Acquisition of
Geometry Concepts Presented Through Emphasis or No
Emphasis and Discovery or Expository Lessons.
Diss. 1972 (Wisconsin), DAI 33A, 4949
- Polmatier R.J. : An Investigation of the Relationship of Conceptual
Tempo and the Ability to Achieve Conservation.
DAI 1972/73 1027A
- Postel H. : Probleme und Möglichkeiten der Differenzierung im
Mathematikunterricht der Sekundarstufe I.
In: Die Schulwarte 1974 (27), Heft 10/11, 81-97
- Rebhun A.M. : The Reflective - Impulsive Dimension and Mathematical
Performance. Diss. 1973 (Los Angeles), DAI 34A, 3039
- Richards S. : Study of Relationship between Selected Conceptual
Abilities and Mathematics Achievement among First
Grade Children. Diss. 1972 (Los Angeles), DAI 33A, 2085
- Roeder P.M. : Modelle der Differenzierung in Abhängigkeit von
Leistungsdimensionen einzelner Fächer. In: Dimensionen
der Schulleistung (Deutscher Bildungsrat: Gutachten
und Studien der Bildungskommission 21/1) Stuttgart 1974
- Rosenfeld I.J. : Mathematical Ability as a Function of Perceptual Field-
Dependency and Certain Personality Variables.
Unveröffentlichte Dissertation. University of Oklahoma,
1958.

- Roth H. : Pädagogische Anthropologie. Bd. I und II. Hannover 1971
- Schwebel A.I. : The Relationship between Performance on Piagetian Tasks
Schwebel C.R. and Impulsive Responding. In: Journal for Research in
Mathematics Education 1974 (5), 98-104
- Scott N. : Cognitive Style and Mathematics Achievement.
Paper at AERA Meeting 1975/Washington
- Shine D.N. : Cognitive Impulsivity and Piaget's Theory of Perceptual
Decentration. Dissertation 1971, Fordham University.
DAI 72/2385 B
- Shuert K.L. : A Study to Determine whether a Selected Type of Cogni-
tive Style Predisposes One to Do Well in Mathematics.
Diss. 1970 (Wayne), DAI 31A, 3362
- Sigel I.E. : The Development of Classificatory Skills in Young
Children: A Training Program. In: Young Children 1971
(26), 170f
- Sigel I.E. : Cognitive Style and Classroom Practice. In: Coop R.H.,
Coop R.H. White K.: Psychological Concepts in the Classroom.
New York 1974
- Simpson R.E. : The Effects of Cognitive Styles and Chronological
Age in Achievement Conservation Concepts of Substance,
Weight and Volume. DAI 1971/72, 3353 - A
- Skowronek H. : Psychologische Grundlagen einer Didaktik der Denker-
ziehung, Hannover 1968
- Spitler G.J. : An Investigation of Various Cognitive Styles and the
Implication for Mathematics Education. Dissertation
1970, Wayne State University. DAI 71/105 A
- Treumann K. : Leistungsdimensionen im Mathematikunterricht.
In: Dimensionen der Schulleistung (Deutscher Bildungs-
rat: Gutachten und Studien der Bildungskommission 21/2)
Stuttgart 1974
- Wagner I. : Reflection-Impulsivity Re-examined: Analysis and Modi-
fication of Cognitive Strategies. Paper at Biennial
Meeting of Society for Research in Child Development,
Denver 1975
- Walek B.P. : A Study of the Relationship between Conceptual Tempo
and Problem-Solving Abilities of Fourth-Grade Children.
Dissertation 1972, DAI 1973 A, 215
- Wasser L. : An Investigation into Cognitive Style as a Facet of
Teachers' Systems of Student Appraisal.
Dissertation: University of Michigan 1969
- Witkin H., Dyk R.: Psychological Differentiation. New York 1962
Faterston, Karp S.
Goodenough E.
- Wittmann E. : Didaktik der Mathematik als Ingenieurwissenschaft.
In: ZDM 1974 (6), Heft 3

RESEARCH ON SOME KEY NON-COGNITIVE VARIABLES IN MATHEMATICS
EDUCATION

Marilyn N. Suydam

(The Ohio State University)

FOREWORD

The review which follows is based almost exclusively on research conducted in the United States. Comments on various educational factors also pertain to the American environment. Whether the same factors, and the findings of research, apply to children in other countries is a point which must be carefully considered. I regret that this restriction exists, that my background and knowledge of research in mathematics education is limited. I find that my time is rather filled by trying to keep up with what is going on in just the one country, however.

1. INTRODUCTION

Much lip-service in the United States is paid to the need to consider the affective domain as well as the cognitive domain in the teaching of mathematics. But the task is a difficult one, in the face of:

- .1 societal emphasis on cognitive skills, virtually denigrating affective factors by endorsing such ideas as standardized testing, accountability, competency-based instruction, and behavioral objectives, which (in practice) tend to stress cognitive factors,
- .2 societal acceptance and, indeed, expectancy of negative attitudes toward mathematics,
- .3 lack of definitiveness of many affective variables, and
- .4 scarcity of valid, accurate instruments to measure identifiable affective variables.

All of these have an influence on the teaching of mathematics; the latter two have a particular impact on research in mathematics education. Rather than being based on precisely defined variables, research on affective factors is frequently based on variables which can only be operationally defined, generally in terms of the instrument or procedure that is used to measure them. Yet the validity of some of these instruments is questionable: that they actually assess what they purport to measure, and not some extraneous factors, is unclear.

However, it must be remembered that the measurement of affective factors in mathematics education is a far newer field than the measurement of cognitive factors, as well as being far more difficult to assess. Human beings are conditioned gradually, from an early age, to constrain themselves from revealing honestly how they feel. Children learn to respond as they think others, whose opinions they respect, would want them to respond. They learn to try to project an image which is favorable to themselves. When they react otherwise, it

is often because other persons or events are influencing them. Thus to tap how a child feels about mathematics, or about himself, is a challenging task.

In this paper, the focus will be on certain affective factors or variables that have been the topic of research in mathematics education. Because much research attention has been directed toward attitudes and interests, studies on these variables will be reviewed first. This will be followed by presentation of research on self-concept, on anxiety, and on certain personality factors. Finally, conclusions and implications will be discussed. Emphasis is on studies which have been (1) reported during recent years and (2) conducted in grades 4 through 8.

2. ATTITUDES

2.1 Assessing Attitudes

Attitudes involve both cognitive and non-cognitive aspects, an intellectual appreciation and emotional reactions. Thus attitude toward mathematics involves many facets, ranging from awareness of the structural beauty of mathematics and of the important roles of mathematics, to feelings about the difficulty and challenge of learning mathematics, to interest in a particular type of mathematics or particular methods of being taught mathematics. As NEALE (1969) noted, "attitude toward learning mathematics" or "interest in mathematics" includes components such as liking or disliking mathematics, the tendency to engage in or avoid mathematics instruction, the belief that one is good or bad at mathematics, and the belief that mathematics is useful or useless.

Because attitudes are deep within us, they are not always directly expressed. Teachers and researchers alike recognize this, and the corollary that they are not easily observed or measured. (Nor can observations and measurements be readily interpreted.) This difficulty in measuring attitudes has led to the use of varied procedures, including:

- .1 Observation. By observing his expressions, comments, and behaviors as a student reacts in a mathematical situation, we infer how he feels about mathematics. We note how often he chooses a mathematical activity when he has an option, how readily he attempts to apply mathematical ideas to real life situations, how enthusiastically he reacts in a mathematics lesson.
- .2 Inventories. We can use a checklist as a systematic approach to recording observations.
- .3 Interviews. We ask the child leading questions, getting him involved in a discussion of how he feels toward mathematics, or what interests him mathematically.
- .4 Questionnaires. We have the child react in the more impersonal paper-and-pencil mode to direct or subtle questions about his feelings toward mathematics and mathematical activities.
- .5 Essays. At times we ask the student to comment directly on his attitudes by having him write an essay on a question such as, "Do you generally like or dislike mathematics? Why or why not?"
- .6 Sentence completion. We have him complete sentences such as, "I like mathematics because ...".
- .7 Rank ordering. By having him rank in order of preference the subjects which he is studying, we infer the level of his preference for mathematics by where he places it in relation to other subject areas.
- .8 Picture preference. We have him tell which of two or more pictures he prefers; one picture shows an activity in which the use of mathematics is apparent.
- .9 Apparatus indicating physiological states. Such instruments can provide a direct measurement of physiological factors which are known or presumed to be related to attitudes.
- .10 Projective techniques. The child is asked to project himself into certain situations and describe his reactions.

.11 Semantic differential. This type of instrument requires the child to indicate his reaction to statements in terms of degree of agreement or disagreement to pairs of adjectives.

.12 Attitude scales. Perhaps the most widely used measure of attitude is the attitude scale, on which a child is asked to specify his agreement or degree of agreement or disagreement with positive and negative statements about mathematics.

Information on some of the affective assessment instruments which were developed for use at varying levels is reported in SUYDAM (1974). As can be noted from the reports on these instruments, several researchers have obtained correlations of their instruments with similar measures (e.g., Connelly, 1973; McClure, 1971; Mealy, 1971; Temple, 1972). Some studies have focused on such comparisons. For instance, EVANS (1971) examined the test-retest reliability coefficients of four arithmetic attitude scales: Dutton, Thurstone-type; Dutton, Likert-type; Anttonen; and a Semantic Differential. Coefficients ranged from .353 to .611; intercorrelations ranged from .587 to .827. These results indicated that the four scales sampled a common construct. MASTANTUONO (1971) also reported significant intercorrelations in comparisons of the two types of Dutton scales, a Guttman-type Hoyt scale, and a Semantic Differential.

2.2 Status of Attitudes

Many people believe that mathematics is disliked by most pupils -- or that it is just about the least favorite subject in the elementary school. But as SUYDAM and WEAVER (1970) point out,

"It is true that in some surveys a significant proportion of pupils rated mathematics as the least liked of their school subjects. But it is equally true that in these surveys approximately the same proportion of pupils (at least 20%) cited mathematics as the best liked or the second best liked school subject (Chase, 1949; Chase and Wilson, 1958; Curry, 1963; Faust, 1963; Greenblatt, 1962; Inskeep and Rowland, 1965; Mosher, 1952; Rowland and Inskeep, 1963; Sister Josephina, 1959)." (p. 4)

In a recent study by ERNEST and others (1975) 1324 students in grades 2 through 12 were asked to rank mathematics, English, science, and social studies. Mathematics was liked best by 30% of the boys and 29% of the girls, and liked least by 27% of the boys and 29% of the girls. JACKS (1972), in a study with 80 pupils in grades 6 through 8, found that the favorite subjects were mathematics and reading. A statement from one study (Yamamoto et al., 1969) on the attitudes of 800 students in grades 6 through 9 reflects the reactions of even researchers when such a result is apparent: "Rather to our surprise (underlining added), mathematics fared quite well in students' ratings." (p. 204)

DUTTON (1968) supported the findings on how well children like mathematics with evidence from answers given on scales of items. DUTTON and BLUM (1968), reporting on a study with 346 students in grades 6 through 8, found that the most frequent reasons for disliking mathematics were: working problems outside of school, frustrating word problems, possibilities of making mistakes in arithmetic, and too many rules to learn. Favorable attitudes endorsed by pupils were that working with numbers is fun and presents a challenge, and that arithmetic makes one think, is logical, and is practical. CALLAHAN (1971) reported that 20% of the eighth graders he surveyed felt that they disliked mathematics, 18% were neutral, while 62% liked it. The need for mathematics in life was named most frequently as the reason for liking it; not being good in mathematics was cited most often as the reason for disliking it.

SUYDAM and WEAVER (1970) reported that "boys seem to prefer mathematics slightly more than do girls, especially toward the upper elementary school grades (Chase and Wilson, 1958; Dutton, 1956; Stright, 1960)." (p. 4) But CAPPS and COX (1969) found that girls in grade 4 had a more favorable attitude than boys did, with no significant differences in grade 5. And in the study by ERNEST and others (1975) cited previously, mathematics was the only subject in which no sex difference in preferences was observed. The evidence is thus unclear, but if there is a difference in attitude toward mathematics

by boys and girls, it is generally attributed in large part to a societally induced expectation.

Generally, attitudes toward mathematics tend to be more positive than negative in the elementary school. Children's attitudes appear to become increasingly less positive as they progress through school. EVANS (1971) found that grade 4 attitude scores were significantly higher than grade 6 scores. A decrease in scores on a semantic differential between grades 4 and 6 was noted by NEALE and PROSCHEK (1969), while NEALE, GILMER, and TISMER (1970) reported that attitudes toward school subjects was significantly less favorable at the end of grade 6 than it was at the beginning. ANTONEN (1968, 1969) found that mean scores declined between grades 5-6 and grades 11-12. Examining measures of attitude, self-concept, and anxiety as one phase of the National Longitudinal Study of Mathematical Abilities (NLSMA), CROSSWHITE (1972) reported that student attitude toward mathematics peaked near the beginning of junior high school.

2.3 Relationship between Attitude and Achievement

We believe that the affective component of learning is important: if children are interested in and enjoy mathematics, they will learn it better. However, research indicates that positive or negative attitudes toward mathematics appear to have only a slight causal influence on how much mathematics is learned. And it may well be that achieving well in mathematics has the effect of making attitudes more positive.

In Table I, findings from a number of studies conducted during the past decade and involving students of middle-school age are summarized. When significant correlations are found between attitude and achievement, they generally range between .20 and .40; that is, no more than 4% to 16% of the variance is accounted for. There is, however, a rough balance between studies in which no significant differences are reported and those in which any significant correlation was found.

2.4 Relationship between Attitudes of Students and Parents and/or Teachers

Peers probably have an influence on the attitudes of children, but there is little research evidence on this point. Research has tended to concentrate on the relationship between student attitudes and (1) teacher attitudes or (2) parental attitudes.

Teachers are viewed as being prime determiners of a student's attitude and performance. SMITH (1974), for instance, reported that students' perceptions of teachers were significantly correlated with mathematical growth in grades 4 through 6. ROSENBLOOM and others (1966) found that teaching effectiveness contributed significantly to the attitude and perceptions of pupils concerning their teachers and their methods, the school, text materials (SMSG), and the class as a group. However, KESTER (1969) found that seventh graders' attitudes were not significantly affected by teacher expectations. Perhaps that is good, considering that ERNEST and others (1975) found that, of a small sample of teachers (24 women and three men), 41% felt that boys did better in mathematics, while no one felt that girls did better.

It is also believed that parents determine the child's initial attitudes and affect their child's achievement. POFFENBERGER and NORTON (1959) stated that attitude toward mathematics is a cumulative phenomenon caused by one experience building on another. Attitudes are developed in the home and carried to the school; self-concepts in regard to mathematical ability are well established in the early school years, and it is difficult for even the best teacher to change them. Parents do indeed influence the child by their expectancy level, by their degree of encouragement, and by their own attitudes toward mathematics. Many parents expect above average work in general, but are satisfied with only average work in mathematics. Many students report that their parents say, "I'm poor in math", and feel that this gives them sanction for being poor.

TABLE 1
STUDIES ON THE RELATIONSHIP BETWEEN STUDENT ATTITUDE AND STUDENT ACHIEVEMENT

Study	Level	N	Instrument	Finding
Abrego (1966)	4	24	Dutton, rating	no significant relationship; no significant difference between boys and girls
Anttonen (1968, 1969)	5-12	607	Anttonen	low positive correlations
Beattie et al. (1973)	4	120	SMSG scale (adapted)	difference in relationship of attitude to achievement for boys and for girls
Burbank (1970)	7	411	Dutton	positive correlation
Caezza (1970)	2-6	2765	Dutton	low correlation
Deighan (1971)	3,5,6	1022	Anttonen, semantic differential	no significant relationship
Francies (1971)	4,6	180	semantic differential	attitude of medium achievers significantly more positive than attitude of low achievers; no significant difference between boys and girls
Keane (1969)	4-6	679	Dutton, ranking	no relationship; no significant difference between boys and girls
Neale et al. (1970)	6	215	semantic differential	significant positive correlation between attitude toward school subjects and achievement for boys, but not for girls
Postlethwaite (1971)	8,12	12 countries	International Test	small positive correlations, in general
Tocco (1971)	7-9	150	Dutton	directly related

TABLE I

STUDIES ON THE RELATIONSHIP BETWEEN STUDENT ATTITUDE AND STUDENT ACHIEVEMENT

	Level	N	Instrument	Finding
6)	4	24	Dutton, rating	no significant relationship; no significant difference between boys and girls
	5-12	607	Anttonen	low positive correlations
al.	4	120	SMSG scale (adapted)	difference in relationship of attitude to achievement for boys and for girls
70)	7	411	Dutton	positive correlation
o)	2-6	2765	Dutton	low correlation
71)	3,5,6	1022	Anttonen, semantic differential	no significant relationship
971)	4,6	180	semantic differential	attitude of medium achievers significantly more positive than attitude of low achievers; no significant difference between boys and girls
	4-6	679	Dutton, ranking	no relationship; no significant difference between boys and girls
.	6	215	semantic differential	significant positive correlation between attitude toward school subjects and achievement for boys, but not for girls
te	8,12	12 countries	International Test	small positive correlations, in general
	7-9	150	Dutton	directly related

Some studies have shown that attitudes of children tend to be more closely related to attitudes of mothers than to those of fathers (Burbank, 1970; Hill, 1967). ERNEST and others (1975) reported that mothers help children in mathematics more than fathers do in the elementary grades, but beginning with grade 6 the fathers help more.

Table II presents some recent studies on the relationship between student attitudes and parent and/or teacher attitudes. It should be noted that the effect of parent and teacher attitude on children's attitudes is unclear.

3. SELF-CONCEPT

How a child feels about himself and his concept of himself while doing mathematics are important components of the affective domain. If certain feelings are experienced over a period of time, they can lead to a particular self-image on the part of the child, which will influence what he expects of himself and affect his performance. Some studies have explored facets of the child's self-concept as it relates to mathematics instruction and learning.

In a study by KOCH (1972), a random sample of 602 sixth-grade students was given the Tennessee Self-Concept Scale and an achievement test. A significant relationship was found between student self-concept and mathematics achievement. There was no significant effect of teacher self-concept level on student achievement gains, and little effect of teacher content-competence on student achievement gains or levels of self-concept.

STILLWELL (1966) examined the self-concepts of sixth graders as they related to ability and achievement. Global self-concept showed no relationship with any of the selected achievement or intelligence scores. Student self-concept, however, displayed a highly significant relationship for boys, and a lower but still significant relationship for girls. For both sexes, specific role self-concept as an arithmetic student was signi-

TABLE II

STUDIES ON THE RELATIONSHIP BETWEEN STUDENT ATTITUDE AND PARENT AND/OR TEACHER ATTITUDE

Study	Level	N	Instrument	Finding
Burbank (1970)	7	411	Dutton	parental attitudes significantly correlated with students' attitude
Caezza (1970)	2-6	2765	Dutton	pupils' attitudes not "aligned" with teachers' attitudes
Deighan (1971)	3,5,6	1022	Anttonen, semantic differential	teachers' and pupils' attitude not significantly correlated
Keane (1969)	4-6	679	Dutton, ranking	data inconclusive on relationship between pupil and teacher attitudes; teacher attitude had no effect on pupil achievement
Levine (1972)	3,4,6	164	ranking	mathematics ranked highest by pupils for 8 positive statements, not first on 1 negative statement; parents also thought of mathematics favorably when compared with English, science, and social studies
Levine (1973)	6-8	542	Likert scale	child's achievement level and mother's perception of child's attitude related; mother's and child's attitude correlated
Peskin (1966)	7	9 schools		no significant differences between teacher and pupil attitude or achievement scores; ordering of teacher and pupil attitudes related
Phillips (1970)	7	306		most-recent-teacher attitude significantly related to student attitude; type of teacher attitude met by pupil for 2 or for 3 of past 3 years significantly correlated to present attitude and achievement

TABLE II

EFFECTS ON THE RELATIONSHIP BETWEEN STUDENT ATTITUDE AND PARENT AND/OR TEACHER ATTITUDE

Level	N	Instrument	Finding
7	411	Dutton	parental attitudes significantly correlated with students' attitude
2-6	2765	Dutton	pupils' attitudes not "aligned" with teachers' attitudes
3,5,6	1022	Anttonen, semantic differential	teachers' and pupils' attitude not significantly correlated
4-6	679	Dutton, ranking	data inconclusive on relationship between pupil and teacher attitudes; teacher attitude had no effect on pupil achievement
3,4,6	164	ranking	mathematics ranked highest by pupils for 8 positive statements, not first on 1 negative statement; parents also thought of mathematics favorably when compared with English, science, and social studies
6-8	542	Likert scale	child's achievement level and mother's perception of child's attitude related; mother's and child's attitude correlated
7	9 schools		no significant differences between teacher and pupil attitude or achievement scores; ordering of teacher and pupil attitudes related
7	306		most-recent-teacher attitude significantly related to student attitude; type of teacher attitude met by pupil for 2 or for 3 of past 3 years significantly correlated to present attitude and achievement

TABLE II (Continued)

Study	Level	N	Instrument	Finding
Tocco (1971)	7-9	150	Dutton	student attitude directly related to their reports of parents' attitudes
Van de Walle (1973)	3,6	3100	NLSMA scales (adapted)	no significant relationship between teachers' attitudes and perceptions, and student achievement
Wess (1970)	2-6	535	Dutton, Minnesota Teacher Attitude Inventory	no significant relationship between teacher and pupil attitude

ificantly related to achievement. Almost twice as many girls saw themselves noticeably better as readers than as arithmetic students. In all cases, significant correlations were found among various self-concept factors.

In setting out to examine the relationship between achievement in arithmetic and self-esteem, PEPER and CHANSKY (1970) noted that

"valid measures of esteem are in short supply. ... Ratings of esteem are judgments of behavior. Measures based on judgment are vulnerable to many sources of distortion such as halo effect and generosity error." (p. 284)

They sought to compensate for such distortion by using a sociometric paired-comparison test, administered to 24 fifth graders in February and again in June. Teachers completed a paired-comparison test of pupils as arithmetic achievers. In general, there was considerable agreement among the rankings from February and June. There was slightly greater agreement between self-rankings and teacher-rankings than between self-rankings and (1) peer rankings or (2) objective-test rankings.

PRIMAVERA et al (1974) administered the Coopersmith Self-Esteem Inventory to 146 fifth- and sixth-grade students. Correlations between self-esteem and achievement were significant for girls but not for boys except on one test. It is suggested that the school plays a greater role in the affective ability of a girl's self-esteem because it is a major source of approval and praise for her, whereas boys can seek approval through athletics and other activities.

SMITH (1971) attempted to determine the effect of the male teacher on the male pupil. Twenty men and 21 women fifth-grade teachers teaching a total of 280 and 287 boys respectively were studied. It was found that boys with male teachers had significantly higher scores on school-related self-concept factors; no difference was found on two peer-related self-concept factors.

No significant difference in the self-concept of high and low achievers in grades 3 and 6 was found by DEVANE (1973).

When achievement was dichotomized into computational and reasoning ability, it was observed that the overachievers on both components had higher mean scores on items and factors of self-concept than did underachievers.

HAYES (1968) studied 144 sixth graders. He found that students with high arithmetic self-concept achieved significantly higher in arithmetic than did students with low arithmetic self-concept. No significant difference between the arithmetic self-concept of girls and boys was found. There was also a significant positive correlation between general self-concept of ability and arithmetic achievement.

In a study with 78 fourth graders, MESSER (1972) found that children who perceived their academic performance as contingent on their own effort and abilities had higher grades and achievement test scores than children who viewed their school performance as due to luck or the whims of others.

In studies by MOORE (1972) with fifth graders and BACHMAN (1969) with fourth graders, it was found that self-concept and attitude toward mathematics were significantly related to achievement in mathematics. Moore noted that, while it may be concluded that self-concepts and attitudes toward mathematics influence achievement in mathematics, it is also reasonable to infer a reciprocal cause-effect relationship between these variables.

In many studies, however, no significant relationship between self-concept and achievement was found. Many of these were studies which involved treatment groups of one type or another -- and in many instances, design flaws or problems were apparent.

MEDOFF (1974) conducted a descriptive study with 221 seventh graders to examine the relationships of components of the verbal interaction with pupil ability, pupil self-image, and the level of questioning in mathematics classes. No significant correlation was found between the amount of a student's verbal participation and his self-image.

BIRR (1969) was concerned with the need to increase the child's self-concept of ability. The parents of 30 under-achieving seventh- and eighth-grade students were counseled in seven monthly meetings to find ways to increase their child's self-concept. Teachers were encouraged to use their expertise on another group of 30 students to effect an increase in self-concept. A third group of 30 students served as a control group. No significant association between self-concept of ability and grade-point average were found for any of the groups, nor were there significant differences between groups in either self-concept or grade-point average. A significant correlation was found, however, between the child's self-concept of ability and the parent's perception of the child's abilities.

HUNTER (1974) attempted to investigate whether self-concept and mathematics achievement are significantly related, whether either of two types of discussion group would improve self-concept, whether this would generalize to increased computation scores, if there were any sex differences, and how a teacher's rating of a child might be influenced by treatment intervention. Fifty-four fifth graders were randomly assigned to four treatment groups. No significant differences in treatment or sex were found in self-esteem results.

ZANDER (1973) attempted to ascertain if there were differences in how students viewed themselves as learners if they were taught by an interdisciplinary team of teachers, rather than by a set of different teachers. No significant differences were found between the team and non-team eighth graders ($N = 185$) on the three self-concept measures employed. Scores on only two of the three measures were significantly related to scores on two academic achievement measures.

PHELAN (1974) studied the achievement, self-concept, creativity, and attitude toward school of fourth-grade students in formal and informal education programs in Title I and non-Title I parochial schools. For the 400 students involved,

findings indicated (1) higher mean attitude-toward-school scores for those in the informal program and for those in Title I schools and (2) no significant differences between self-concept and certain creativity subtest scores.

A point made earlier bears repetition: extraneous variables must be controlled if research on independent variables of interest is to be of value. No significant differences, whether in achievement, self-concept, or other variables, is a perfectly valid finding -- providing the study is designed to produce valid findings.

4. ANXIETY

Is anxiety helpful in learning mathematics? In general, research (including a few studies in mathematics education) has shown that some anxiety facilitates achievement, but a high level of anxiety can be debilitating and negatively affect achievement. Comparatively little specific research on anxiety in mathematics education has recently been conducted, and findings are by-and-large not unexpected.

FORHETZ (1971), in a study with 247 pupils in grades 4 and 6, reported that pupils who ranked mathematics as difficult showed more test anxiety before a mathematics test than before a test in easy-ranked spelling. JONSSON (1966) found a significant interaction between level of test anxiety of sixth-grade girls and version of mathematics test (easy versus difficult). The high-anxious students who took the difficult version had the poorest performance.

In another study with sixth graders, Logiudice (1970) reported that a relationship existed between level of test anxiety and self-esteem which permits the definition of four subgroups of students. Satisfactory self-esteem was related to success in mathematics, while test anxiety was related to such things as an unsatisfactory attitude toward parents, poor attitude toward school, and a negative sense of self-worth.

DEGNAN (1967) studied 44 students in grade 8. Results indicated that there was a significant difference in the level of anxiety between the group of achievers and the group of underachievers, the former being more anxious. The achievers had a much more positive attitude and ranked mathematics significantly higher. HARTE (1967), in a study with 184 pupils in grades 2 through 8, found that high-defensive boys performed significantly higher in arithmetic than did high-anxious and low-defensive boys. No significant differences were found for girls.

ONER (1972) studied 160 sixth graders to examine the relationship of programmed instruction with or without feedback, and the effect of supportive and nonsupportive teacher responses. No significant treatment differences were found, but significant sex and anxiety effects on learning and achievement were noted. There were significant negative correlations between anxiety and (1) intelligence and (2) achievement scores. A consistency tendency was found for low-anxious girls, in particular, to perform better than other groups under all treatment conditions. Subjective observations indicated that the high-anxious children displayed more spontaneous behavior under supportive conditions, and more disturbed behavior under the non-feedback, supportive condition.

5. PERSONALITY FACTORS

Varied personality factors have been considered in relation to both attitude and achievement in mathematics. Correlations between attitudes and other aspects of personality are generally low. Such factors as self-control, personal adjustment and the needs for achievement, for endurance, and for order may be related to attitudes toward mathematics (Aiken, 1974).

CLEVELAND and BOSWORTH (1967, in a study with 282 sixth graders, found that higher achievers in mathematics (when compared to low achievers) made scores more indicative of a psy-

chologically healthy personality on eight scales of the California Test of Personality. Peer acceptance and acceptability each were significantly related to mathematics achievement, according to LAWTON (1971) after a study of 832 pupils in grades 5, 7, 9, and 11. PODOJIL (1972), analyzing data from 538 students in grade 7, found that level-of-aspiration scores were not significantly related to changes in mathematical interests or attitudes.

Several studies have analyzed achievement scores in relation to whether students were intuitive or reflective in type. MAY (1972), in a study with 295 students in grade 8, found no attitude differences, but intuitive-type students performed significantly better on achievement tests than sensing-type students did. REBHUN (1973) reported that students in grades 2 through 4 classified as reflective scored higher on mathematics tests than did children classified as impulsive.

POGGIO (1973), in a study with 604 sixth graders, concluded that grouping on the basis of personality characteristics was feasible, but factors on which to group differed for boys and girls.

It seems apparent that more research is needed on a variety of personality factors to ascertain which if any are of significance in planning for instruction in mathematics.

6. AFFECTIVE FACTORS IN RELATION TO A PROGRAM

Affective factors have frequently been included as one of several dependent variables in the evaluation of an instructional procedure or program. Several such studies have been discussed in the section on self-concept, and Table III presents a sampling of additional studies. No conclusions can be reached, because of the variability of the independent variables. Certainly it is important to note, however, that affective factors are an important variable to assess.

TABLE III
STUDIES ON AFFECTIVE COMPONENTS OF A PROGRAM

Study	Level	N	Finding
Bremner (1973)	7,8 (1,4)	40	No significant differences in attitude were found when seventh and eighth graders tutored pupils in grades 1 and 4.
Edwards and DeVries (1972)	7	117	Students using a learning game and teams were more positive toward mathematics class than students in classes using quizzes. Those low- and average-ability students receiving team awards were more positive in attitude than similar students in individual-reward classes, but the reverse was true for high-ability students.
Dethmers (1969)	5,6	92	Children in a school using team planning, departmentalization, individualized instruction, and contracts scored significantly different from children in a self-contained class using conventional materials on the Sears Self-Concept Inventory.
Feldhake (1966)	7	427	The high group had more positive attitude toward the new mathematics program, whereas the average group had a more negative attitude.
Higgins (1970)	8	29 classes	Significant differences were found on six semantic differential scales pre and post use of laboratory units. However, the majority of the samples changed their attitude toward mathematics very little; the overall significance could be attributed to several relatively small "natural" groups.
Hollis (1972)	4-6	150	Laboratories facilitated an increased positive attitude toward mathematics.
Malcom (1973)	7-9	2 schools	Significant differences in attitude favoring students using a teacher-developed individualized program over a traditional program were found at grades 7 and 9, but not grade 8.
Neufeld (1968)	4-6	324	In only 21 of 324 instances were high and low achievement-gain groups significantly different in personality characteristics for students using the Individualized Mathematics Curriculum Project approach.

TABLE III

STUDIES ON AFFECTIVE COMPONENTS OF A PROGRAM

Level	N	Finding
7,8 (1,4)	40	No significant differences in attitude were found when seventh and eighth graders tutored pupils in grades 1 and 4.
7	117	Students using a learning game and teams were more positive toward mathematics class than students in classes using quizzes. Those low- and average-ability students receiving team awards were more positive in attitude than similar students in individual-reward classes, but the reverse was true for high-ability students.
5,6	92	Children in a school using team planning, departmentalization, individualized instruction, and contracts scored significantly different from children in a self-contained class using conventional materials on the Sears Self-Concept Inventory.
7	427	The high group had more positive attitude toward the new mathematics program, whereas the average group had a more negative attitude.
8	29 classes	Significant differences were found on six semantic differential scales pre and post use of laboratory units. However, the majority of the samples changed their attitude toward mathematics very little; the overall significance could be attributed to several relatively small "natural" groups.
4-6	150	Laboratories facilitated an increased positive attitude toward mathematics.
7-9	2 schools	Significant differences in attitude favoring students using a teacher-developed individualized program over a traditional program were found at grades 7 and 9, but not grade 8.
4-6	324	In only 21 of 324 instances were high and low achievement-gain groups significantly different in personality characteristics for students using the Individualized Mathematics Curriculum Project approach.

TABLE III (Continued)

Study	Level	N	Finding
Schaefer (1972)	7,8	311	Self-esteem did not appear to be affected by the individualized or traditional approaches used.
Smith (1973)	6-8		No significant differences in attitude or achievement were found between laboratory and non-laboratory groups.
Stern (1971)	3,4	308	Intraclass grouping of low achievers resulted in significant differences in attitude toward mathematics.
Stephens (1973)	7		No significant differences in attitude were found for different organizational structures.

TABLE III (Continued)

	Level	N	Finding
2)	7,8	311	Self-esteem did not appear to be affected by the individualized or traditional approaches used.
	6-8		No significant differences in attitude or achievement were found between laboratory and non-laboratory groups.
	3,4	308	Intraclass grouping of low achievers resulted in significant differences in attitude toward mathematics.
3)	7		No significant differences in attitude were found for different organizational structures.

7. CONCLUSIONS AND IMPLICATIONS

This review of research on some key non-cognitive variables in mathematics education in the middle-school grades leads to the statement of certain conclusions. Similar conclusions have been reflected in other reviews of research (e.g., Aiken 1970a, 1970b, 1972; Knaupp, 1973; Neale, 1969) on attitudes and other non-cognitive factors across the full span of schooling through the college level.

Research indicates that attitude toward mathematics is probably related to achievement in mathematics -- but whether more positive attitudes are the cause or the effect of higher achievement is debatable. The effect of peer, parent, teacher, or program on attitude toward mathematics (or other affective factors) is not clear from research. Attitudes are generally positive in the elementary school, possibly reaching a peak around the start of the junior high school. Self-concept may be related to achievement in mathematics. Anxiety and various other factors may play a role in children's performance in mathematics, but there is little definiteness in the research. The interactive effect of learning style has little support in research, but there is a general belief that such interaction exists.

Almost no research has been cited in which attitude or another affective factor was the manipulated, independent variable in an experimental study. Little research of this type exists -- largely because of the difficulty of manipulating affective factors. Associated with the paucity of studies is the fact that little research has indicated what researchers and teachers can do to improve the child's affective reaction toward mathematics. There is general agreement, however, that the teacher needs to be constantly alert for the attitudes which students are developing. While attitudes are not taught as such, they are believed to be conveyed as a byproduct of the teaching of content.

We can infer from research things that might or should be

5 -

helpful, and we add to these implications from what children tell us about their teachers and other persons, their environment, and their programs. And we also blend in what our own experiences, as teachers and as observers in the classroom, have led us to believe. The focus is on what the teacher can do, since this is a variable over which we, as researchers and as curriculum developers, can exert some degree of control.

Some beliefs which pervade our planning for mathematics instruction were stated by SUYDAM and WEAVER (1970):

"Attitudes toward elementary school mathematics are probably formed and modified by many forces. The influence of other people could be named as one source: parents and other non-school-related adults, classmates and other children, and teachers in each of the grades.

The way in which the teacher teaches seems to be of importance -- the methods and materials he or she uses, as well as his or her manner, probably affect pupils' attitudes.

The subject itself undoubtedly has an influence on a child's attitude: the precision of mathematics when compared with many other subjects; the need for thorough learning of facts and algorithms; the "building block" characteristic wherein many topics are built and often dependent on previous knowledge. ...

The learning style of the child is also an important factor to consider. The orderliness which discourages some is the very aspect which attracts others. (pp. 6-7)

Among the things that we believe to be important in instruction are that attitudes and self-concepts toward mathematics can be improved if:

- .1 The teacher likes mathematics and makes it evident that he likes mathematics.
- .2 Mathematics is an enjoyable experience, so that the child develops a positive perception of mathematics and a positive perception of himself in relation to mathematics.
- .3 Mathematics is shown to be useful, both in careers and in everyday life.
- .4 Instruction is adapted to students' interests.
- .5 Realistic, short-term goals are established -- goals which pupils have a reasonable chance of attaining.

- .6 Pupils are made aware of success and can sense progress toward these recognized goals.
- .7 Provision is made for success experiences, to help the child to avoid failure and, in particular, repeated failure; diagnosis and immediate remedial help are imperative.
- .8 Mathematics is shown to be understandable, through the use of meaningful methods of teaching.

As we conduct research, we must consider the need to (1) explore affective constructs more fully, and develop and experiment with valid instruments, and (2) incorporate as many affective factors as dependent variables (if not independent variables) as possible in each exploratory or controlled research study.

In short, we need to know more about the effect of non-cognitive variables and how to influence them !

LITERATUR

- Abrego M.B. : Children's Attitudes Toward Arithmetic. Arithmetic Teacher 13: 206-208; March 1966
- Aiken L.R. Jr. : Nonintellective Variables and Mathematics Achievement: Directions for Research. Journal of School Psychology 8: 28-36; March 1970
- Aiken L.R. Jr. : Attitudes Toward Mathematics. Review of Educational Research 40: 551-596; October 1970
- Aiken L.R. Jr. : Research on Attitudes Toward Mathematics. Arithmetic Teacher 19: 229-234; March 1972
- Aiken L.R. Jr. : Affective Variables and Sex Differences in Mathematical Abilities. Paper presented at annual meeting of American Educational Research Association, April 1974. ERIC: ED 089 997
- Anttonen R.G. : An Examination into the Stability of Mathematics Attitude and Its Relationship to Mathematics Achievement from Elementary to Secondary School Level. (University of Minnesota, 1967) Dissertation Abstracts 28A: 3011-3012; February 1968
- Anttonen R.G. : A Longitudinal Study in Mathematics Attitude. Journal of Educational Research 62: 467-471; July/August 1969
- Bachman A.M. : Factors Related to the Achievement of Junior High School Students in Mathematics. (University of Oregon, 1968) Dissertation Abstracts 29A: 2139; January 1969. (See also Journal for Research in Mathematics Education 1: 173-179; May 1970)
- Beattie I. and others : The Relationship of Achievement and Attitudes Towards Mathematics in the Elementary School: A Longitudinal Study. Paper presented at annual meeting of American Educational Research Association, February 1973. ERIC: ED 076 424
- Birr D.J. : The Effects of Treatments by Parents and Teachers on the Self-Concept of Ability Held by Underachieving Early Adolescent Pupils. (Michigan State University, 1969) Dissertation Abstracts International 30A: 1354; October 1969
- Bremer B.L. : Students Helping Students Program, 1971-72. Final Report, USOE Project. ERIC: ED 074 473
- Burbank I.K. : Relationships between Parental Attitude Toward Mathematics and Student Attitude Toward Mathematics, and between Student Attitude Toward Mathematics and Student Achievement in Mathematics. (Utah State University, 1968) Dissertation Abstracts International 30A: 3359-3360; February 1970

- Caezza J.F. : A Study of Teacher Experience, Knowledge of and Attitude Toward Mathematics and the Relationship of These Variables to Elementary School Pupils' Attitudes Toward and Achievement in Mathematics. (Syracuse University, 1969) Dissertation Abstracts International 31A: 921-922; September 1970
- Callahan W.J. : Adolescent Attitudes Toward Mathematics. Mathematics Teacher 64: 751-755; December 1971
- Capps L.R.
Cox L.S. : Attitude Toward Arithmetic at the Fourth- and Fifth-Grade Levels. Arithmetic Teacher 16: 215-220; March 1969
- Cleveland G.A.
Bosworth D.L. : A Study of Certain Psychological and Sociological Characteristics as Related to Arithmetic Achievement. Arithmetic Teacher 14: 383-387; May 1967
- Connelly R.D. : A Taxonomic Approach to the Evaluation of Attitudes of Prospective Elementary Teachers in a Mathematics Education Course. (Kent State University, 1972) Dissertation Abstracts International 34A: 613-614; August 1973
- Crosswhite F.J. : Correlates of Attitudes Toward Mathematics. NLSMA Report No. 20. Stanford, California: School Mathematics Study Group, 1972. ERIC: ED 084 122 (document not available from EDRS). (See also Wilson and Begle, editors, Correlates of Mathematics Achievement: Attitude and Role Variables, NLSMA Report No. 21, 1972)
- Degman J.A. : General Anxiety and Attitudes Toward Mathematics in Achievers and Underachievers in Mathematics. Graduate Research in Education and Related Disciplines 3: 49-62; April 1967
- Deighan W.P. : An Examination of the Relationship Between Teachers' Attitudes Toward Arithmetic and the Attitudes of Their Students Toward Arithmetic. (Case Western Reserve University, 1970) Dissertation Abstracts International 31A: 3333; January 1971
- Dethmers C. : Self-Concept, Value Orientation, and Achievement Level of Lower Class Elementary School Children in Two Types of Educational Programs. (University of Minnesota, 1968) Dissertation Abstracts International 30A: 579-580; August 1969
- Devane J.R. : An Exploratory Study of the Relationship Between Factors of Self-Concept and Over-Under Achievement in Arithmetic. (University of Georgia, 1972) Dissertation Abstracts International 33A: 4932-4933; March 1973
- Dutton W.H. : Another Look at Attitudes of Junior High School Pupils Toward Arithmetic. Elementary School Journal 68: 265-268; February 1968

- Dutton W.H. : The Measurement of Attitudes Toward Arithmetic with a
Blum M.P. Likert-Type Test. Elementary School Journal 68: 259-264;
February 1968
- Edwards K.J. : Learning Games and Student Teams: Their Effects on
DeVries D.L. Student Attitudes and Achievement. Report to USOE,
December 1972. ERIC: ED 072 391
- Ernest J. : Mathematics and Sex. Santa Barbara: University of Cali-
and others fornia at Santa Barbara, January 1975. ERIC: SE 019 344
- Evans R.F. : A Study of the Reliabilities of Four Arithmetic Attitude
Scales and an Investigation of Component Mathematics
Attitudes. (Case Western Reserve University, 1971)
Dissertation Abstracts International 32A: 3086;
December 1971
- Feldhake H.J. : Student Acceptance of the New Mathematics Programs.
Arithmetic Teacher 13: 14-19; January 1966
- Forhertz J.E. : An Investigation of Test Anxiety as Measured by the TASC
in Content Areas Ranked Difficult and Easy with Fourth
and Sixth Grade Students. (Southern Illinois University,
1970) Dissertation Abstracts International 31A: 5124;
April 1971
- Francies H.D. : Arithmetic Attitudes and Arithmetic Achievement of Fourth
and Sixth Grade Students in Urban Poverty-Area Elementary
Schools. (Case Western Reserve University, 1971) Disser-
tation Abstracts International 32A: 1333; September 1971
- Harte S.M.L. : Anxiety and Defensiveness as Related to Measurable Intel-
ligence and Scholastic Achievement of Selected Institu-
tionalized Children. (Fordham University, 1966) Disser-
tation Abstracts 27A: 2884; March 1967
- Hayes E.J. : Relationships Between Self-Concept of Arithmetic Ability
and Arithmetic Achievement in a Selected Group of Sixth
Grade Students. (Michigan State University, 1967) Disser-
tation Abstracts 28A: 3999; April 1968
- Higgins J.L. : Attitude Changes in a Mathematics Laboratory Utilizing
a Mathematics-Through-Science Approach. Journal for Re-
search in Mathematics Education 1: 43-56; January 1970
- Hill J.P. : Similarity and Accordance Between Parents and Sons in
Attitudes Toward Mathematics. Child Development 38:
777-791; September 1967
- Hollis L.Y. : A Study of the Effect of Mathematics Laboratories on the
Mathematical Achievement and Attitude of Elementary School
Students. Final Report, USOE Project, July 1972.
ERIC: ED 066 315

- Hunter M.L. : Group Effect on Self-Concept and Math Performance. (California School of Professional Psychology, Los Angeles, 1973) Dissertation Abstracts International 34B: 5169; April 1974
- Jacks W.R. : Attitudes, Preferences and Perceptions of Gifted Sixth and Eighth Grade Students. (University of Southern California, 1971) Dissertation Abstracts International 32A: 4450-4451; February 1972
- Jonsson H.A. : Interaction of Test Anxiety and Test Difficulty in Mathematics Problem-Solving Performance. (University of California, Berkeley, 1965) Dissertation Abstracts 26: 3757-3758; January 1966
- Keane D.F. : Relationships Among Teacher Attitude, Student Attitude, and Student Achievement in Elementary School Arithmetic. (The University of Florida, 1968) Dissertation Abstracts International 30A: 64-65; July 1969
- Kester S.W. : The Communication of Teacher Expectations and Their Effects on the Achievement and Attitudes of Secondary School Pupils. (The University of Oklahoma, 1969) Dissertation Abstracts International 30A: 1434-1435; October 1969
- Knaupp J. : Are Children's Attitudes Toward Learning Arithmetic Really Important? School Science and Mathematics 73: 9-15; January 1973
- Koch D.R. : Concept of Self and Mathematics Achievement. (Auburn University, 1972) Dissertation Abstracts International 33A: 1081; September 1972
- Lawton P.A. : Peer Relationships and Mathematical Achievement. A Study of the Relationship of Peer Acceptance and Peer Acceptability to Achievement in Mathematics. (New York University, 1970) Dissertation Abstracts International 31A: 6281; June 1971
- Levine G. : Attitudes of Elementary School Pupils and Their Parents Toward Mathematics and Other Subjects of Instruction. Journal for Research in Mathematics Education 3: 51-58; January 1972
- Levine G.I. : Actual and Perceived Attitudes Toward Mathematics of Pupils and Their Mothers. (Columbia University, 1972) Dissertation Abstracts International 33A: 3960; February 1973
- Logiudice J.F. : The Relationship of Self-Esteem, Test Anxiety and Sixth Grade Students' Arithmetical Problem Solving Efficiency Under Variant Test Instructions. (St. John's University, 1970) Dissertation Abstracts International 31B: 2995-2996; November 1970

- Malcom P.J. : Analysis of Attitude, Achievement, and Student Profiles as a Result of Individualized Instruction in Mathematics. (The University of Nebraska, 1972) Dissertation Abstracts International 33A: 3261-3262; January 1973
- Mastantuono A.K.: An Examination of Four Arithmetic Attitude Scales. (Case Western Reserve University, 1970) Dissertation Abstracts International 32A: 248; July 1971
- May D.C. : An Investigation of the Relationship Between Selected Personality Characteristics of Eighth-Grade Students and Their Achievement in Mathematics. (The University of Florida, 1971) Dissertation Abstracts International 33A: 555; August 1972
- McClure W.C. : A Multivariate Inventory of Attitudes Toward Selected Components of Elementary School Mathematics. (University of Virginia, 1970) Dissertation Abstracts International 31A: 5941-5942; May 1971
- Mealy E.C. : An Evaluation of the Use of Films as an Aid to Changing Students' Attitudes Toward Mathematics. (George Peabody College for Teachers, 1970) Dissertation Abstracts International 31B: 4852; February 1971
- Medoff F.S. : A Study of Seventh-Year Classes in Science, Mathematics, English, and Social Studies to Determine the Relation of the Verbal Interaction with Pupil Ability, Pupil Self-Image, and Level of Questioning. (New York University, 1973) Dissertation Abstracts International 34A: 7607; June 1974
- Messer St.B. : The Relation of Internal-External Control to Academic Performance. Child Development 43: 1456-1462; December 1972
- Moore B.D. : The Relationship of Fifth-Grade Students' Self-Concepts and Attitudes Toward Mathematics to Academic Achievement in Arithmetical Computation, Concepts, and Application. (North Texas State University, 1971) Dissertation Abstracts International 32A: 4426; February 1972
- Neale D.C. : The Role of Attitudes in Learning Mathematics. Arithmetic Teacher 16: 631-640; December 1969
- Neale D.C. : School-Related Attitudes of Culturally Disadvantaged Elementary School Children. Journal of Educational Psychology 58: 238-244; August 1967
- Proshek J.M.
- Neale D.C. : Relationship Between Attitudes Toward School Subjects and School Achievement. Journal of Educational Research 63: 232-237; January 1970
- Gill N.
- Tisner W.

- Neufeld K.A. : Differences in Personality Characteristics Between Groups Having High and Low Mathematical Achievement Gain Under Individualized Instruction. (The University of Wisconsin, 1967) Dissertation Abstracts 28A: 4540; May 1968
- Oner N.P. : Impact of Teacher Behavior and Teaching Technique on Learning by Anxious Children. (University of Minnesota, 1971) Dissertation Abstracts International 32A: 6215; May 1972
- Peper J.B.
Chansky N.M. : Esteem and Achievement in Arithmetic. Elementary School Journal 70: 284-288; February 1970
- Peskin A.St. : Teacher Understanding and Attitude and Student Achievement and Attitude in Seventh Grade Mathematics. (New York University, 1964) Dissertation Abstracts 26: 3983-3984; January 1966
- Phelan E.J. : Achievement, Self-Concept, Creativity and Attitude Toward School of Students in Formal and Informal Education Programs. (Fordham University, 1974) Dissertation Abstracts International 35A: 1400-1401; September 1974
- Phillips R.B.
Jr. : Teacher Attitude as Related to Student Attitude and Achievement in Elementary School Mathematics. (University of Virginia, 1969) Dissertation Abstracts International 30A: 4316-4317; April 1970
- Podojil L.F. : The Relationship Between Level of Aspiration and Change in Mathematical Interests and Attitudes Among Seventh Grade Students. (Kent State University, 1971) Dissertation Abstracts International 32A: 5046; March 1972
- Poffenberger T.
Norton D. : Factors in the Formation of Attitudes Toward Mathematics. Journal of Educational Research 52: 171-176; 1959
- Poggio J.P. : Prediction of Mathematics Achievement at the Sixth Grade Level Employing Selected Personality Characteristics of Students and Their Teachers. (Boston College, 1972) Dissertation Abstracts International 33A: 6240-6241; May 1973
- Postlethwaite
T.N. : International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) - The Mathematics Study. Journal for Research in Mathematics Education 2: 69-103; March 1971
- Primavera L.H.
Simon W.E.
Primavera A.M. : The Relationship Between Self-Esteem and Academic Achievement: An Investigation of Sex Differences. Psychology in the Schools 11: 213-216; April 1974
- Rebhun A.M. : The Reflective-Impulsive Dimension and Mathematical Performance in the Elementary School. (University of California, Los Angeles, 1973) Dissertation Abstracts International 34A: 3039-3040; December 1973

- Rosenbloom P.C. : Characteristics of Mathematics Teachers that Affect Students' Learning. Final Report, USOE Project, September 1966. ERIC: ED O21 707
- Schaefer W.A. : The Relationship of Teaching Methods to Self-Esteem and Achievement in Mathematics Among Seventh and Eighth Grade Students. (Northern Illinois University, 1972) Dissertation Abstracts International 33A: 624; August 1972
- Smith D.F. : A Study of the Relationship of Teacher Sex to Fifth Grade Boys' Sex Role Preference, General Self Concept, and Scholastic Achievement in Science and Mathematics. (University of Miami, 1970) Dissertation Abstracts International 31A: 4563; March 1971
- Smith D.S. : The Relationship Between Classroom Means of Students' Perceptions of Teachers as Related to Classroom Racial Composition and Grade Level, and the Effects on Classroom Means of Academic Growth. (Western Michigan University, 1974) Dissertation Abstracts International 35A: 3309; December 1974
- Smith I.D. : Impact of Computer-Assisted Instruction on Student Attitudes. Journal of Educational Psychology 64: 366-372; June 1973
- Stephens Ch.E. : A Multiple Time Sequence Design Applied in Seventh Grade Student Attitude Toward School in Two Schools With Contrasting Organizational Structure. Paper presented at the Meeting of the National Council on Measurement in Education, February 1973. ERIC: ED O86 742
- Stern A.M. : Intraclass Grouping of Low Achievers in Mathematics in the Third and Fourth Grades. (University of California, Los Angeles, 1971) Dissertation Abstracts International 32A: 5539; April 1972
- Stillwell L.J.R. : An Investigation of the Interrelationships Among Global Self Concept, Role Self Concept and Achievement. (Western Reserve University, 1965) Dissertation Abstracts 27A: 682; September 1966
- Suydam M.N.
Weaver J.F. : Attitudes and Interests. Bulletin A-1 in Using Research: A Key to Elementary School Mathematics. University Park, Pennsylvania: The Pennsylvania State University, 1970. ERIC: ED O38 283
- Suydam M.N. : Unpublished Instruments for Evaluation in Mathematics Education: An Annotated Listing. Columbus, Ohio: ERIC Information Analysis Center for Science, Mathematics, and Environmental Education, January 1974
- Temple A.L., Jr. : The Effectiveness of Semantic Differential Forms in Measuring Attitudes of Prospective Elementary School Teachers. (George Peabody College for Teachers, 1971) Dissertation Abstracts International 32B: 4091-4092; January 1972

- Tocco T.S. : Student Attitudes, Perceived Parental Attitudes, and Socio-Economic Status as Predictors of Junior High School Mathematics Achievement. April 1971. ERIC: ED 052 017
- Van de Walle J.A. : Attitudes and Perceptions of Elementary Mathematics Possessed by Third and Sixth Grade Teachers as Related to Student Attitude and Achievement in Mathematics. (Ohio State University, 1972) Dissertation Abstracts International 33A: 4254-4255; February 1973
- Wess R.G. : An Analysis of the Relationship of Teachers' Attitudes as Compared to Pupils' Attitudes and Achievement in Mathematics. (University of South Dakota, 1969) Dissertation Abstracts International 30A: 3844-3845; March 1970
- Yamamoto K.
Thomas E.C.
Karns E.A. : School-Related Attitudes in Middle-School Age Students. American Educational Research Journal 6: 191-206; March 1969
- Zander B.J.J. : Junior High Students View Themselves as Learners: A Comparison Among Eighth Grade Students. (University of Minnesota, 1973) Dissertation Abstracts International 34A: 2254-2255; November 1973

MATHEMATISCHE FÄHIGKEITEN *

Norbert Biermann

Hans-Werner Niedworok

1. EINLEITUNG

Die von BERGIUS (1968) als unumstritten bezeichnete "inter-individuelle Variation der intellektuellen Leistungsfähigkeit" (ebd.S.230) beeinflusste die didaktische Forschung, individuelle Lernvoraussetzungen zu erfassen und zu untersuchen, inwieweit diesen mit spezifischen Unterrichtsmaßnahmen im Hinblick auf eine Erhöhung des Lernerfolges entsprochen werden könne. Daß dieser Ansatz, durch gezielte Lehr- und Lernprozesse Lernleistungen zu steigern, überhaupt möglich und sinnvoll ist, haben ROTH u.a. (1968) mit ihrer Dynamisierung des Begabungsbegriffs überzeugend dargestellt.

Wird diesem Konzept im Unterricht Rechnung getragen, so können wir mit ROEDER (1974) Unterricht unter dem Aspekt der Interaktion von individuellen Lernvoraussetzungen und Curriculum betrachten, wobei allerdings jene Variablen außer acht gelassen werden, die Unterricht zu einem 'sozialen Ereignis' machen. Eine solche Interaktion konkretisiert sich in den jeweiligen Lernprozessen; ein Teilbereich der bei der Initiierung von Lernprozessen zu beachtenden individuellen Unterschiede in den Lernvoraussetzungen, die intellektuelle Leistungsfähigkeit (d.h. Leistungsdisposition, kristallisierte Intelligenz (Cattell 1963, deutsch 1973)) wird durch Rückschluß von Leistung, also von den Lernergebnissen, hypothetisch gewonnen. Obwohl ein Zusammenhang zwischen Disposition und Leistung angenommen wird, läßt diese Modellvorstellung keine Aussagen über Funktionsweisen von Dispositionen innerhalb eines Lernprozesses bezüglich eines Lernergebnisses zu.

Wollen wir das Feld der intellektuellen Leistungsfähigkeit

*Überarbeitete Kapitel aus BIERMANN/NIEDWOROK (1975)

bezeichnen, das für den spezifischen Bereich der Mathematik relevant ist, so sprechen wir von mathematischen Fähigkeiten. Hier vollzog sich, ähnlich wie beim Intelligenzkonzept, eine Entwicklung von einer globalen zu einer immer differenzierteren Auffassung. Dabei lassen sich folgende Positionen nennen

- mathematische Fähigkeit als einheitlicher Komplex, auf die gesamte Mathematik bezogen; etwa 'mathematische Begabung' (vgl. Möbius, 1907)
- mathematische Fähigkeiten, als einheitlicher Komplex auf verschiedene mathematische Leistungsbereiche bezogen; etwa 'algebraische Fähigkeit', 'arithmetische Fähigkeit', 'geometrische Fähigkeit' (vgl. Oldham 1937)
- mathematische Fähigkeiten, als Mannigfaltigkeit von Fähigkeiten, die jeweils auf den Gesamtbereich der Mathematik bezogen sind, etwa 'Reduktionsfähigkeit', 'Verallgemeinerungsfähigkeit' (vgl. Krutetskii 1966a,b)
- mathematische Fähigkeiten, als Mannigfaltigkeit von Fähigkeiten mit jeweils unterschiedlicher Ausprägung in den verschiedenen Teilgebieten der Mathematik, in der neueren Literatur auch 'mathematische Leistungsdimensionen' (vgl. Treumann 1974) genannt; etwa 'Raumvorstellung'.

Mathematik Fähigkeiten	global	differenziert
global	MÖBIUS	OLDHAM
differenziert	KRUTETSKII	TREUMANN

deskriptiver
Ansatz

empirischer
Ansatz

Abbildung 1
(Verf.)

Diese exemplarisch aufgelisteten Positionen beruhen jedoch auf höchst unterschiedlichen Forschungsansätzen und Untersuchungsmethoden. Untersuchungen mathematischer Fähigkeiten lassen sich global einteilen in intelligenztheoretisch orientierte faktorenanalytische und denkpsychologisch orientierte deskriptive Studien. Für Vertreter der faktorenanalytischen Richtungen steht das Produkt eines Lern- oder Lösungsprozesses im Vordergrund, um von diesem auf Dispositionen zurückschließen zu können; der Prozeß selbst bleibt im Dunkeln (Black-Box-Modell). Hingegen beobachten Vertreter einer denkpsychologisch orientierten Richtung den Verlauf des Problemlöseprozesses, einige empirisch, andere rein phänomenologisch, um diejenigen Qualifikationen zu beschreiben, über die ein Lernender bei der erfolgreichen Bearbeitung mathematischer Problemstellungen verfügt.

2. MATHEMATISCHE FÄHIGKEITEN UND INTELLIGENZFAKTOREN

Die faktorenanalytische Intelligenzforschung analysiert die Ergebnisse standardisierter objektiver Leistungstests, isoliert nach bestimmten multivariaten Verfahren Faktoren, die als Leistungen determinierend angenommen und aufgrund der in ihnen ladenden Tests als intellektuelle Fähigkeiten interpretiert werden. Dabei bleiben allerdings charakteristische Verlaufseigenschaften des Lösungsprozesses von Aufgabenstellungen unbeachtet. An den Ergebnissen der Faktorenanalyse sind sowohl die Ausprägung einzelner Faktoren als auch die Anteile des zugrundeliegenden Materials am Zustandekommen der jeweiligen Faktoren erkennbar.

Sofern das Testmaterial mathematikbezogen ist, werden die extrahierten Faktoren als mathematische Fähigkeiten interpretiert. In der Auswahl und Interpretation des Testmaterials schlägt sich der intelligenztheoretische Überbau nieder, so daß mathematische Fähigkeiten als Bestandteile einer umfassenden Theorie intellektueller Fähigkeiten erscheinen. Somit ist es möglich, auch solche Fähigkeiten, die bei mathematischen, aber auch bei anderen Problemstellungen zum Tragen

kommen, als mathematische Fähigkeiten zu bezeichnen. Intelligenzfaktoren können also sowohl als bereichsspezifisch und materialabhängig aufgefaßt werden, etwa als Fähigkeiten, die speziell für Leistungen in Mathematik verantwortlich sind, als auch als materialunabhängige allgemeine intellektuelle Fähigkeiten, die dann - mehr oder weniger stark - auch mathematische Leistungen determinieren. Mathematische Fähigkeiten stellen sich als eine "charakteristische Konstellation von intellektuellen und kognitiven Grundfähigkeiten" dar (Bottenberg und Maiwald, 1972, S.11).

"Mathematische Leistung beruht auf einer eigenen mehr oder weniger straffen Gruppe von Intelligenzfunktionen und partizipiert zugleich erheblich an der allgemeinen Intelligenz. Diese Position hat weite theoretische und empirische Anerkennung gefunden" (ebd.S.10).

Andererseits ist es nicht weiter verwunderlich, mathematische Fähigkeiten als Bestandteile einer umfassenden Theorie intellektueller Fähigkeit zu erkennen, fällt doch bei Sichtung des den jeweiligen Intelligenzmodellen zugrundeliegenden Testmaterials auf, daß dieses vorwiegend 'mathematischen' Charakter hat, weil es auf numerischen, figürlichen, symbolischen oder logistischen Problemstellungen beruht.

Zusammenfassend kann 'mathematische Fähigkeit', wie VERY (1967) feststellt, als ein Konstrukt angesehen werden, das aus einer Anzahl voneinander getrennter Faktoren mit inneren Zusammenhängen besteht.

"Each factor has not yet been clearly isolated, but the area in general would include those abilities essential to quantitative thinking; in a more abstract sense it would include the ability to discover, manipulate, and evaluate relationships. Judging, estimating, inducing, and deducing the mechanics of these relationships are essential processes" (ebd.S.172).

Ein kurzer Überblick über fünf wesentliche Intelligenzmodelle zeigt, welchen Raum mathematische Fähigkeiten innerhalb dieser Modelle einnehmen. Unter ihren Hauptvertretern SPEARMAN (1927), BURT (1949) und VERNON (1961) entwickelte sich eine Richtung der Intelligenzforschung zur 'Hierarchischen Faktorentheorie der Englischen Schule'. Neben einem allgemeinen, bereichsunabhängigen Faktor 'g' (general), der den größten Teil der Testleistungen erklärt, und einer Reihe

(bereichs-) spezifischer Faktoren werden Gruppenfaktoren unterschiedlicher Komplexitätsebenen in hierarchischer Ordnung zusammengefaßt. Die Relevanz eines allgemeinen Intelligenzfaktors für mathematisches Problemlösen sieht BLACKWELL (1940) in

"the power of selective, quantitative thinking and deductive reasoning, involving the ability to apply general principles to particular classes in number, symbolic and geometric work, to abstract, to generalize, and use the essential figures of a given complex situation, and to make deductions from these for the elucidation of other complex situations. This therefore is the central intellectual factor in the mathematical ability of boys and girls" (ebd.S.218).

Den in der Hierarchie folgenden Hauptgruppenfaktoren 'v:ed' (verbal, numerical, educational) und 'k:m' (practical - mechanical - spatial - physical) lassen sich entsprechende, teils überlappende Gruppenfaktoren zuordnen, und zwar fachübergreifende, wie 'räumliches Vorstellungsvermögen', oder fachspezifische Faktorenbündel, wie der 'mathematische Gruppenfaktor'.

"There is a close connection between mathematical and general ability. High intelligence is the most important single factor for success in mathematics... . In addition, there exists a clearly identifiable mathematical group factor. The different branches of mathematics are linked together more closely, than they would be if a general factor only were in operation... . Verbal, spatial and numerical group factors were isolated" (Wrigley 1958, S.61).

Die spezifischen Mathematikfaktoren werden von den verschiedenen Autoren unterschiedlich angegeben. Es sind daher auch Überlappungen untereinander oder mit Gruppenfaktoren festzustellen. Beispielsweise schlägt BARAKAT (1951) vor, den mathematischen Gruppenfaktor als Komplex in einen "sub-factor for mechanical arithmetic (closely related to memory) and another for mathematic work (closely related to the manipulation of schemes and relations)" zu unterteilen und auf die verschiedenen Zweige der Mathematik zu beziehen (ebd.S.156).

THURSTONES (1938) Modell der 'primary mental abilities', von ihm selbst nur als vereinfachende erste Näherung betrachtet, beinhaltet die sieben Primärfähigkeiten

- Space (S)
- Number (N)
- Verbal Comprehension (V)
- Verbal Fluency (W)
- Memory (M)
- Reasoning (R)
- Perceptual Speed (P),

die in keinem Ordnungszusammenhang, sondern vielmehr mosaikartig nebeneinanderstehen, lediglich Überlagert von einem oder mehreren 'general factors' zweiter Ordnung. Diese Gruppenfaktoren bzw. Faktorengruppen faßt er als unabhängige Funktionseinheiten auf und nennt sie die "principle landmarks in mental ability" (ebd.S.4), betrachtet sein Modell aber gleichzeitig als offenes System, dem weitere 'landmarks' hinzugefügt werden können.

Der Faktor 'Number', der auf numerische Tests beschränkt ist, wird zunächst als 'rein mathematischer Faktor' angesehen und interpretiert als "facility in numerical calculation" (ebd. S.82), als "die Fähigkeit, relativ einfache Rechenoperationen (Additionen, Multiplikationen usw.) auszuführen" (Jäger 1967, S.79). Jedoch schließt Thurstone nicht aus, "that the factor N may be more basic and general than number" (Thurstone 1938, S.83). Er vermutet vielmehr, daß man auch zahlenfreie Tests mit hoher Ladung auf N finden könne.

'Verbal Comprehension' bezeichnet eine Befähigung, die ihren Einfluß auch im mathematischen Bereich aufweist, nämlich die Fähigkeit, Ideen und Bedeutungen von Worten zu erfassen und sprachliche Beziehungen wahrzunehmen.

'Verbal Fluency' bezeichnet eine Funktionseinheit, die "die Flüssigkeit des Wortzusammenhanges ohne besondere Berücksichtigung der Wortbedeutungen" (Jäger 1967, S.80) repräsentiert, also auf sprachliches Material beschränkt ist. Ein verschiedene Materialarten umfassender Fluency-Faktor wurde von Thurstone nicht gefunden.

Mit dem Faktor 'Memory' glaubt Thurstone einen von vermutlich

zahlreichen Gedächtnisfaktoren identifiziert zu haben, der vorrangig mechanische unmittelbare Gedächtnisleistungen kennzeichnet, "z.B. die Reproduktion von unmittelbar vorher eingprägten Zahlen, Wörtern oder Wort-Zahl-Kombinationen" (ebd. S.80), so daß man zu recht einen Gedächtnisfaktor hinter bestimmten Mathematikleistungen vermuten darf.

Mit 'Reasoning' wird ein Funktionskomplex zusammengefaßt, der die Faktoren 'Induction' (I) als die Fähigkeit, aus gegebenem Material Regeln oder Prinzipien offenzulegen, 'Deduction' (D) als Fähigkeit, diese Regeln nicht nur zu erkennen, sondern auch anzuwenden, und einen 'indefiniten' Faktor (R) als die Fähigkeit zu logischem Schlußfolgern umfaßt. Er ist nicht materialgebunden, schlägt sich aber wesentlich in Mathematikleistungen nieder, die logisches Schließen erfordern, was durch zahlreiche Untersuchungen zur Faktorenstruktur mathematischer Leistungen bestätigt wird (vgl. Treumann 1974).

Durch 'Perceptual Speed' werden Leistungen bestimmt, bei denen es darauf ankommt, in irrelevantes Material eingebettete Details möglichst schnell optisch wahrzunehmen und zu erfassen. Thurstone teilte diesen Faktor in zwei selbständige Funktionseinheiten: 'Speed of Closure' und 'Flexibility of Closure'. P dürfte vermutlich bei solchen Mathematikleistungen eingehen, die unter irgendeinem Leistungsdruck entstehen, wie es beispielsweise in Testsituationen oder bei schulüblicher Leistungsmessung der Fall ist.

Thurstones Faktor 'Space' wird als Fähigkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens, als "facility in spatial and visual imagery" (Thurstone 1938, S.80) interpretiert. Dieser Faktor, in fast allen Nachuntersuchungen bestätigt, teilweise als einheitlicher Gruppenfaktor, teilweise als Verbund zweier Gruppenfaktoren, 'Spatial Relations' (S_1) und 'Visualization' (S_2) (vgl. Thurstone und Thurstone 1949), ist insbesondere im geometrischen Bereich relevant.

Thurstones Modell führte in der Folgezeit zu einer förmlichen Inflation von weiteren, eher speziell zu nennenden Fähigkeiten.

Der positive Aspekt des von Guilford und Mitarbeitern entwickelten "Structure-of-Intellect" (S-I)-Modells besteht darin, Anhaltspunkte für eine Systematik und Ordnung der voneinander isolierten Faktoren zu geben und gleichzeitig bislang stiefmütterlich behandelte Kreativitätsfaktoren zu berücksichtigen. Da Guilford und Mitarbeiter Intelligenz als Funktion von Gedächtnis und Denken sehen, als elementare Denkprozesse Wahrnehmung, Produktion und Evaluation annehmen und schließlich konvergente und divergente Produktion unterscheiden, ergeben sich unter dem Aspekt der Denkopoperationen als Systematik die folgenden Fähigkeitsklassen

- Cognition (C)
- Memory (M)
- Convergent Thinking (N)
- Divergent Thinking (D)
- Evaluation (E).

Die Denkopoperationen werden in Beziehung gesetzt mit Material bzw. Inhalt (Contents) und Art des Produkts (Product) der jeweiligen Denkopoperationen. "Contents" umfaßt die Klassen

- Figural (F)
- Symbolic (S)
- Semantic (M)
- Behavioral (B),

Produkte der Denkopoperation sind

- Units (U)
- Classes (C)
- Relations (R)
- Systems (S)
- Transformations (T)
- Implications (I).

Durch Kreuzklassifikation gewonnene Matrizen werden in ein Würfel-Modell eingeordnet, dessen Dimensionen durch die Klassifikationsprinzipien "Operations", "Contents", "Products" dargestellt werden (vgl. Guilford/Hoepfner 1971). Auf diese Weise lassen sich (5x4x6=) 120 verschiedene Arten von Intelligenzfaktoren angeben, die inzwischen zum größten Teil

identifiziert worden sind, nicht alle eindeutig, einige sogar noch weiter differenziert. Die Faktoren werden durch die Buchstaben der Kreuzklassifikation in der Reihenfolge Operation - Material - Produkt benannt.

Bei diesem Intelligenzmodell ist aufgrund des Fehlens 'mathematischer' Faktoren offensichtlich, daß mathematische Fähigkeiten unter allgemeinen intelligenten Fähigkeiten subsumiert werden.

Intellektuale Operation	Dimensionen des SI-Modells, die bei mathematischer Schulleistung eine Rolle spielen					
Evaluation		EMR		(EMT)	EMI	
		ESR	ESS	EST	(ESI)	
Convergent Production		NMR	NMS		NMI	
		NSR	NSS	NST	NSI	
		NFR		NFT		
Divergent Production	(DMU)	DMR	DMS	(DMT)	(DMI)	
	DSU	DSC	DSR	DSS	DSI	
			DFS			
Cognition	CMU	CMC		CMS	(CMI)	
	(CSU)	CSC	CSR	CSS	CSI	
		CFC	CFR	CFS	CFT	
				CBS		
Memory					MMI	
					MSI	
		MFR				

Abbildung 2
(nach: Treumann, 1974, S.358)
()-Ergänzungen durch Verf.

Klassifikatorischer
Ansatz zur Feinstruktur
mathematischer
Leistungen nach dem
SI-Modell

Guilford und Mitarbeiter analysierten mathematische Leistungstests und listeten die gefundenen Faktoren als mathematische Fähigkeiten auf, wobei sie übrigens die bis dahin bekannten mathematischen Fähigkeiten mit einordneten (vgl. Petersen u.a. 1963, Guilford 1965). TREUMANN (1974) nennt 37 S-I-Faktoren 'mathematische Fähigkeiten' (vgl.ebd. S.358), andere finden bei Durchsicht der Literatur 44 mathematikrelevante Intelligenzfaktoren (vgl. Biermann/Niedworok 1975; siehe Abb.2). Unter diesen nehmen Faktoren der Symbolklasse eine zentrale Stellung ein, etwa NSR (convergent production of symbolic relations). Interessanterweise zeigen sich beim Vergleich mathematischer und kreativer Fähigkeiten Übereinstimmungen: von 22 Faktoren, die als Kreativitätsfaktoren bezeichnet werden (vgl.Guilford 1950, 1967; Guilford/Hoepfner 1971; Frick u.a.1959; Merrifield u.a.1962) lassen sich 14 bei der Analyse mathematischer Fähigkeiten wiederfinden.

In MEILIS (1943/44) Modell der 'grundlegenden Eigenschaften der Intelligenz' werden Intelligenzfaktoren als "allgemeine notwendige Bedingung(en) jedes Intelligenzaktes" aufgefaßt (Meili 1964, S.140).

"Da die Faktoren ganz allgemeine geistige Struktureigenschaften erfassen wollen, sind sie prinzipiell in jedem geistigen Akt wirksam",

charakterisiert Meilis Schüler Weber (1953, S.336f.) diesen Ansatz.

Meilis Theorie läßt es nicht zu, Intelligenz von "Materialtypen" her zu bestimmen und damit so etwas wie sprachliche, visuelle oder numerische Intelligenz zu betrachten (vgl.ebd. S.336ff.) Es ist daher nicht möglich, bei der Untergliederung des Konstrukts 'Intelligenz' in verschiedene Fähigkeitskonstrukte die spezifisch mathematischen Fähigkeiten zu isolieren. Vielmehr erweist es sich auch hier, daß Fähigkeiten, die wir hinter mathematischen Leistungen stehend vermuten, auch bei anderen intelligenten Leistungen wirken.

Meilis Faktoren haben funktionalen Charakter, indem die den

meßbaren Intelligenzleistungen zugrundeliegenden Denkleistungen als Problemlöseprozesse, als Prozesse der Umstrukturierung, Umzentrierung und Reorganisation angesehen werden (vgl. Hedinger 1965, S.339); damit werden die Faktoren aus den gestaltpsychologischen Prinzipien DUNCKERS (1935) und WERTHEIMERS (1945) hergeleitet und die faktorenanalytischen Befunde gestaltpsychologisch interpretiert (vgl. Meili 1964).

Im Gegensatz zur Englischen Schule bestimmte Meili nicht einen, sondern vier allgemeine Faktoren, die die wesentlichen Aspekte intellektueller Problemlösungsprozesse abdecken und die somit auch bei produktiven Problemlöseprozessen in der Mathematik wirksam sind, und zwar

- Komplexität (K)
- Globalisation (G)
- Plastizität (P) sowie einen Faktor
- Fluency/Flüssigkeit (F), den er allerdings nicht eindeutig den 'Allgemeinen Faktoren' zuzuordnen vermochte.

Neben diesen allgemeinen Faktoren werden 'Gruppenfaktoren' aufgeführt, die bei bestimmten Gruppen von Testaufgaben auftauchen:

- Space (S)
- Verbal (V)
- Numerical (N) sowie
- Fluency (F), wenn dieser nicht als allgemeiner Faktor aufgefunden werden kann.

Der Faktor 'Komplexität' ermöglicht die genaue Erfassung und den Aufbau komplexer Strukturen, die "Bildung vieler und exakter Beziehungen zwischen verschiedenen Gegebenheiten" (Weber 1953, S.383). Eine Untersuchung SCHAEDELS (1961) ergab hohe Sättigungen sämtlicher vier verwendeter Zahlentests in diesem Faktor.

'Plastizität' ist verantwortlich für die Umstrukturierung von Problemsituationen, für das Aufbrechen bestehender Struk-

turen und ihre Umformung in neue Strukturen. Dieser Faktor bedeutet "eine gewisse geistige Beweglichkeit, die uns befähigt, eine bestimmte Beziehung oder Situation auch von einem anderen als dem bisherigen Gesichtspunkt zu betrachten" (Weber 1953, S.367).

'Globalisation' bezeichnet die " 'Kondensation' mehrerer Elemente zu einer Idee" (ebd.S.363) und ermöglicht das Zusammenfassen getrennter Gegebenheiten unter einem Gesichtspunkt und die Bildung neuer Einheiten oder Ganzheiten.

'Fluency' bestimmt einerseits die Leichtigkeit und Schnelligkeit der Produktion von Einfällen und den Ideenreichtum beim Lösen von Problemen; darüber hinaus bezeichnet dieser Faktor die "Leichtigkeit und Flüssigkeit des Übergangs von einer 'Idee' zur anderen" (ebd.S.363), die Fähigkeit, sich von eben gebildeten Ideen zu lösen.

'N' bezieht sich auf den numerischen Bereich und dürfte daher mit Leichtigkeit als ein ausschließlich 'mathematischer' Faktor identifiziert werden. Er kann - so WEBER (1953, S.371) - für "die Leichtigkeit und Flüssigkeit in der Ausführung arithmetischer Operationen verantwortlich gemacht werden".

Eine Beziehung des sprachlichen Faktors 'V' zur Mathematik ergibt sich aus dem allgemeinen Zusammenhang von Sprache und Mathematik. Sprachliche Fähigkeiten erweisen sich im Mathematikunterricht deswegen als unerlässlich, weil Mathematik in der Regel im Medium Sprache vermittelt, als logische Sprache behandelt und von den Schülern im Medium Sprache mitgeteilt wird.

Der Gruppenfaktor 'Space' kann ebenfalls als ein für Mathematikleistungen zuständiger Faktor bezeichnet werden. Er wirkt in Problemlöseprozessen, in denen es auf räumliches Vorstellungsvermögen ankommt, etwa in der Geometrie oder im R^3 , aber auch in 'außermathematischen' Situationen.

JÄGER (1967) überprüfte auf der Grundlage einer eigenen Erhebung die bis hierhin beschriebenen Modelle mit ihren Intel-

Intelligenzfaktoren. Da sich nicht alle Intelligenzfaktoren bestätigen ließen, andere Befunde wiederum nicht in die Schemata bekannter Intelligenzstrukturmodelle einfügen ließen, organisierte Jäger diese Befunde in einem eigenen Intelligenzstrukturmodell. Die in diesem Modell angeordneten 'Dimensionen der Intelligenz', die ihrerseits in die Persönlichkeitsstruktur eingebettet sind, werden bildhaft als 'Knoten' eines n-dimensionalen 'Netzes' innerhalb eines n-dimensionalen Faktorenraumes aufgefaßt. Ein Ausschnitt dieses Modells wird durch die 'Hauptdimensionen' repräsentiert:

- (1) Anschauungsgebundenes Denken
- (2) Einfallsreichtum und Produktivität
- (3) Konzentrationskraft und Tempomotivation,
insbesondere bei einfach strukturierten Aufgaben
- (4) Verarbeitungskapazität, formallogisches Denken
und Urteilsfähigkeit
- (5) Zahlengebundenes Denken
- (6) Sprachgebundenes Denken

Bei diesem Modell werden allerdings weder eine "hypothetische Spitze" der hierarchischen Ordnung, etwa ein g-Faktor erfaßt, noch lassen sich die Hauptdimensionen als "elementare Funktionseinheiten" bezeichnen (ebd.S.181). Wir müssen auch bei diesem Modell die Dualität von mathematischen und allgemein-intelligenten, globalen Fähigkeiten konstatieren, da sich alle Faktoren als für mathematische Leistungen relevant erweisen.

Faktor (1) 'Anschauungsgebundenes Denken' wird primär vom Material, den figuralen Aufgaben, her interpretiert, jedoch wird angenommen, daß einige weitere Faktoren hoher Allgemeingrade eingegangen sind, wie etwa "visuelle Auffassungsgabe", "allgemeine Auffassungsgabe" und "Performance" als Repräsentant praktischer Intelligenz (vgl.ebd.S.154ff).

Faktor (2) 'Einfallsreichtum und Produktivität' zeigt sich im Hinblick auf produktive Mathematikleistungen als der be-

deutsamste Faktor; dieser erweist sich als nicht materialgebunden.

"Die hier herausgearbeitete Fähigkeit bestimmt die Leistungen bei Aufgaben, welche Einfälle, Flüssigkeit, Variabilität und Reichtum der Vorstellungen und das Sehen vieler verschiedener Seiten, Varianten, Eigenschaften, Gründe und Möglichkeiten eines Problems fordern, zugleich aber problemorientierte Lösungen, kein ungesteuertes Luxurieren der Phantasie" (ebd.S.176).

Faktor (3) 'Konzentrationskraft und Tempomotivation, insbesondere bei einfach strukturierten Aufgaben' kommt überwiegend dann zum Tragen, wenn "angespannte Konzentration und rasche Auffassung gefordert werden und das Resultat vornehmlich von der Tempo-Motivation, vielleicht auch Komponenten wie Streßresistenz, Störbarkeit u.a. abhängig ist" (ebd. S.176). Auch dieser Faktor erweist sich angesichts der augenblicklichen Praxis der mathematischen Leistungsmessung wie der Intelligenzdiagnostik als ein "mathematischer" Faktor.

Faktor (4) 'Verarbeitungskapazität, formallogisches Denken und Urteilsfähigkeit' ist die Funktionseinheit benannt, von der Jäger feststellt, daß sie als "eigentlicher Kern der Intelligenz" anzusehen ist. Verarbeitungskapazität, formallogisches Denken und Urteilsfähigkeit bestimmen "die Leistung bei komplexeren Aufgaben, welche nicht auf Antriebe zu lösen sind, sondern Heranziehen, Verfügbarhalten, Überblicken, In-Beziehung-Setzen und sachgerechtes Beurteilen von vielfältigen Informationen fordern" (ebd.S.176).

Faktor (5) 'Zahlengebundenes Denken' und Faktor (6) 'Sprachgebundenes Denken' sind, wie Jäger ausführt, durch die Gemeinsamkeit zahlengebundener und sprachgebundener Aufgabenstellungen gekennzeichnet. Sie repräsentieren vermutlich den Grad der Aneignung und Verfügbarkeit der beiden erworbenen Beziehungssysteme "Zahlen" und "Sprache". Wobei, wie anzumerken bleibt, diese auch auf die übrigen Faktoren einwirken.

Zwar erweist sich Jägers Intelligenzmodell als recht global, es zeigt aber doch den Stellenwert "mathematischer" Faktoren. Da es in seinen begrifflichen Kategorien nicht von der Rigi-

dität der Guilford'schen Auffassung des Intellekts als Tripel von Operationen, Inhalten und Produkten ausgeht, sondern eine Verbindung zu anderen Persönlichkeitsvariablen offenläßt und weil es aufgrund seiner Überschaubarkeit auch leicht mit anderen Intelligenzmodellen in Beziehung gesetzt werden kann, ließe es sich als begriffliche Grundlage, als Kategorienschema akzeptieren, um vor diesem Hintergrund die bereits genannten mathematischen Fähigkeiten der anderen Intelligenzmodelle synoptisch zu erfassen (vgl. Biermann/Niedworsok 1975).

Eine Trennung nach faktorenanalytischen (=produktorientierten) und deskriptiven (=prozeßorientierten) Forschungsansätzen, wie wir sie im folgenden vornehmen, bleibt jedoch willkürlich; bei der Interpretation von Faktoren lassen die meisten Autoren erkennen, daß sie sich auf begriffliche Kategorien aus deskriptiven Ansätzen berufen (vgl. Werdelin 1958), andere suchen eine Verbindung von Produkt- und Prozeßaspekt innerhalb eines faktorenanalytischen Ansatzes (vgl. Meili 1943/44).

3. DESKRIPTIVE ANSÄTZE ZUR ANALYSE MATHEMATISCHER FÄHIGKEITEN

Im Gegensatz zur faktorenanalytischen Richtung, die übrigens vorwiegend von der behavioristischen Lernpsychologie, neuerdings auch von einigen marxistischen Autoren (vgl. Haenschke-Kramer/Mehl 1967; Guthke 1972) vertreten wird, wird in deskriptiven Ansätzen versucht, auf der Grundlage der Beobachtung mathematischer Problemlöseprozesse zu einer qualitativen Charakterisierung mathematischer Fähigkeit(en) zu kommen. Die deskriptive Richtung geht von beobachtenden, vereinzelt introspektiven Verfahren aus (vgl. Hadamard 1945; van der Waerden 1954; Poincaré 1952) und gelangt durch Analyse der Beobachtungen zu deskriptiven Klassifikationsschemata (vgl. Häcker/Ziehen 1931; Ruthe 1920; Thomas 1929; Kommerell 1928; Cameron 1925). Sie findet jedoch auch in der marxistischen Lernpsychologie verstärkte Beachtung, in der - ähnlich wie in der Gestaltpsychologie (vgl. Köhler 1917, Duncker 1935, Wertheimer 1945) - der Prozeßcharakter des Problemlösens im Vor-

dergrund steht (vgl. Krutetskii 1969a,b,c).

Zu den beschreibenden Ansätzen, die eine überraschende begriffliche Übereinstimmung mit anderen, etwa faktorenanalytischen Ansätzen aufweisen, zählt der von HAECKER und ZIEHEN (1931):

"A. Räumliche Komponenten

1. räumliche Gestaltauffassung (Synthese, Komplexion) speziell mit Bezug auf gesetzmäßige, insbesondere auch quantitativ fixierbare Lagebeziehungen
2. Gedächtnis für räumliche Gestalten,
3. räumliche Abstraktion (Herausheben gemeinsamer Merkmale, Relationen, usf.),
4. räumliche Kombination (Auffassen, Behalten und selbständiges Finden verwickelter Zusammenhänge räumlicher Relationen);

B. Logische Komponenten

1. Bildung anschaulicher und vor allem auch unanschaulicher, scharf definierter Begriffe ("Dreieck", "Sinus", "Logarithmus", "Tensor", "Funktionaldeterminante", "Menge", usf.) also begriffliche Abstraktion,
2. Auffassen (Verstehen), Formulieren, Behalten und selbständiges Finden allgemeiner begrifflicher Zusammenhänge, insbesondere quantitativer oder wenigstens quantitativ ausdrückbarer,
3. Auffassen, Behalten und selbständiges Ziehen von Schlüssen und Schlussreihen nach den formalen Regeln der Logik;

C. Spezielle Bildung der Zahlvorstellungen, Zählen, Zahlengedächtnis, Rechnen;

D. Symbolkomponenten (Auffassen, Verstehen, Behalten von Symbolen, Operieren mit Symbolen)" (ebd.S.43f).

Andere Autoren fügen solchen Fähigkeiten speziellere hinzu, wie etwa 'ökonomisches Schlussfolgern', 'mathematische Orientierung' (Thomas 1929), 'funktionales Denken' (Ruthe 1920), Fähigkeit, auf Widersprüche zu achten (Kommerell 1928), oder nennen allgemeinere Fähigkeiten, die für Mathematik unerlässlich seien, wie beispielsweise 'intuitive Kraft', 'Kritikfähigkeit', 'Konzentrationskraft', 'Ausdauer' (Thomas 1929), Kraft, alle Möglichkeiten mit ihren Konsequenzen durchzudenken (Kommerell 1928), 'starke Konzentrationsfähigkeit' (Ruthe 1920).

Allen diesen Ansätzen ist gemein, daß Verlaufseigenschaften von Problemlöseprozessen, die zu diesen Typisierungen führten, nicht genannt werden und die Kriterien, nach denen diese aufgestellt werden, intransparent bleiben (vgl. Werdelin 1958, S.51). Diesen Gesichtspunkten Rechnung zu tragen, vermochten die stärker prozeßorientierten introspektiven Ansätze und erst recht die Gestaltpsychologie.

Die Mathematiker POINCARÉ (1952), HADAMARD (1945) und van der WAERDEN (1954) versuchten durch Selbstbeobachtung ihrer eigenen mathematischen Tätigkeit die Begleitumstände des Findens mathematischer Theoreme zu verdeutlichen und mathematische Entdeckungen zu erklären.

Nach den Erfahrungen POINCARÉs (1952) verläuft der Denkprozeß beim Lösen mathematischer Probleme in vier Stufen:

- (1) Vorbereitungsphase: intensive und bewusste Auseinandersetzung mit dem zu lösenden Problem, Ausprobieren verschiedener Gedankenkombinationen, Aufstellen von Hypothesen.
- (2) Inkubationsphase: Phase zwischen dem Aufstellen der ersten Hypothesen und dem Auftauchen der Lösungsidee. Zur Erklärung der Abläufe in dieser Phase zieht Poincaré - wie auch Hadamard - unbewußte Prozesse heran.
- (3) Illumination (Erleuchtung): Generierung der entscheidenden Idee, des Einfalls.
- (4) Verifizierungsphase: Ausarbeitung der Lösungsidee, Deduzieren der Folgen, Zusammensetzen und Ordnen der Lösungselemente, Präzisierung und exakte Formulierung der Idee.

HADAMARD (1945) teilt die Ansichten Poincarés, und auch van der WAERDEN (1954) betrachtet das Lösen mathematischer Probleme als Wechselspiel zwischen "Überlegung und Einfall" (ebd.S.2), hebt jedoch die entscheidende Bedeutung bewußter Überlegungen, beispielsweise die richtige Formulierung des Problems oder das Bilden von Analogien, für die Vorbereitung der Lösungsidee stärker hervor.

Die introspektiven Ansätze machen auf den Prozeßcharakter und die Dynamik produktiver Problemlöseprozesse aufmerksam, wie sie in dem Phasenkonzept Poincarés und in den Modellen von DEWEY (1910), DUNCKER (1935), POLYA (1949), JOHNSON (1955) und MERRIFIELD u.a. (1962) ihren Ausdruck finden. Die Annahme unbewußter Prozesse während der Inkubationsphase beruht jedoch nur auf Vermutungen, für die wissenschaftliche Begründungen fehlen. Sie trägt nicht dazu bei, die Vorgänge, die zur Problemlösung führen, aufzuklären, sondern hemmt das Verständnis für diese Vorgänge und kann dazu verleiten, eine exakte wissenschaftliche Untersuchung dieser Prozesse zu unterlassen.

Hier setzen die Gestaltpsychologen an, die zur Untersuchung von Denkakten übrigens überwiegend mathematische Probleme herangezogen haben. Sie wollen die Rätselhaftigkeit produktiver Einfälle verringern, indem sie sich der Untersuchung der Frage zuwenden, wie Ideen gezielt entwickelt werden können und welche Hindernisse dabei bestehen. Sie versuchen, Regeln anzugeben, deren Anwendung das Durchlaufen der Phasen bis zur Problemlösung erleichtert, und Bedingungen für die Produktion kreativer Lösungen zu analysieren.

Nach der Theorie der Gestaltpsychologen muß bei Denk- und Problemlöseprozessen die 'Gestalt' der Problemsituation erkannt werden. Die wesentlichen Beziehungen und Zusammenhänge zwischen den Bestandteilen der Problemsituation müssen erfaßt werden, so daß die Situationselemente ein einheitliches Ganzes, eine Struktur, d.h. eine 'Gestalt' bilden. In dieser Gestalt erhalten die einzelnen Elemente eine neue Bedeutung, die sich aufgrund ihrer Relation zu den anderen Elementen ergibt. Produktives Problemlösen erfordert die Fähigkeit, neue Eigenschaften von Situationsmomenten wahrzunehmen, Situationselemente in geeigneter Weise zusammenzufassen und neue Beziehungen zwischen den wesentlichen Teilen einer Situation herzustellen, also die Problemsituation 'umzustrukturieren' oder 'umzuzentrieren' und ihr eine neue Gestalt zu geben, mit dem Ziel, die Funktion der Elemente in dem neuen Beziehungsgefüge so zu verändern, daß durch ihre neue Funktion

die Problemlösung erreicht wird.

Wie WERTHEIMER (1945) beschreibt auch DUNCKER (1935) die produktive Lösung eines Problems als Prozeß, in dem die Lösung schrittweise aus der ursprünglichen Problemstellung entwickelt wird (vgl.ebd.S.9). Zunächst werden die allgemeinen Lösungseigenschaften, der "Funktionalwert" (ebd.S.5) der Lösung herausgefunden. Erst wenn das allgemeine Lösungsprinzip erkannt ist, können die spezielleren und konkreteren, dieses Prinzip verkörpernden Lösungseigenschaften und damit die endgültige Lösung entwickelt werden. Die Endlösung wird sukzessiv über produktive Umformungen des Ausgangsproblems erreicht, durch die die Problemstellung immer mehr verschärft und spezialisiert wird.

"Wir können somit den Lösungsprozeß ebensowohl als Entwicklung der Lösung wie als Entwicklung des Problems beschreiben. Jede im Prozeß gefundene Lösungseigenschaft, die selber noch nicht reif zur Verwirklichung ist, ... fungiert weiterhin als Umformung, als Verschärfung der ursprünglichen Problemstellung. Es hat somit einen guten Sinn, zu sagen, die eigentliche Leistung beim Lösen von Problemen bestehe darin, daß das Problem produktiver gestellt wird" (ebd.3.10).

Dazu ein Beispiel: Um den Satz "Es gibt unendlich viele Primzahlen" zu beweisen, ist die Umformung dieser Behauptung in den Satz "Für jede Primzahl p gibt es eine Primzahl q mit $p < q$ " entscheidend. Daran schließen sich Lösungsphasen an, in denen eine Zahl zu konstruieren versucht wird, die größer als p , jedoch nicht als Produkt darstellbar ist, bis schließlich die Zahl $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot p + 1$ gefunden wird. Die endgültige Lösung besteht dann in der Einsicht, daß die Zahl N entweder selbst Primzahl ist oder die gesuchte Zahl als Teiler enthält (vgl.ebd.S.10f, siehe dazu auch das Unterrichtsbeispiel von Wagenschein 1962).

Auch in der sowjetischen Lernpsychologie gibt es Ansätze einer deskriptiven Analyse mathematischer Fähigkeiten. Der quantitative Aspekt mathematischer Fähigkeit wird von diesen Vertretern der deskriptiven Position vernachlässigt, indem auf kontrollierte, laborähnliche Studien, in denen mathematische Fähigkeiten mit Hilfe standardisierter Tests untersucht

werden, verzichtet wird (vgl. Kilpatrick 1973). Daher können ihnen eine Überbetonung der Intuition bei der Entwicklung klassifikatorischer Begriffskategorien, eine unzureichende Ausschöpfung und eine Überinterpretation der vorhandenen Daten sowie intransparente Verfahren vorgehalten werden.

Auf der anderen Seite vermeiden die deskriptiven Ansätze die Bedingungen, die zu einer Charakterisierung der faktorenanalytischen Richtung und Methode als deterministische Statusevaluation Anlaß geben; mit der Betonung des Prozeßcharakters zeigen sie Perspektiven für die Entwicklung didaktischer Forschung auf. Darüber hinaus hat die marxistische Position in der einschlägigen, d.h. westlichen Literatur bislang wenig Resonanz gefunden, anders als etwa faktorenanalytische Untersuchungen zur Struktur mathematischer Fähigkeiten (vgl. Treumann 1974), so daß wir im folgenden auf diese Richtung näher eingehen.

Ausgehend von der Annahme, daß Schüler die Lerngegenstände eines Faches als Teil eines organisierten Systems von Lerngegenständen lernen, werden in der sowjetischen Lernpsychologie Laboruntersuchungen über das Lernen künstlicher und isolierter Lerngegenstände abgelehnt. Diese müssen vielmehr aus dem Schulcurriculum kommen und in dem sie einbettenden System von Lerngegenständen und Lernsituationen untersucht werden. Das Lernen von Mathematik wird da erforscht, wo es normalerweise geschieht: im Klassenraum, und unter den Bedingungen, unter denen es vor sich geht, nämlich in Unterrichtssituationen, allenfalls dadurch modifiziert, daß vorzugsweise mit kleinen Gruppen oder gar mit einzelnen Schülern gearbeitet wird.

Um der Dynamik mathematischer Lernprozesse gerecht zu werden, wird das Verhalten der Schüler im Mathematikunterricht - unter variierenden Unterrichtsbedingungen - beobachtet und analysiert. Nicht so sehr die Produkte mathematischer Leistung stehen bei dieser genetischen Forschungsmethode im Vordergrund, sondern vielmehr die Prozesse des Mathematik-

lernens. Deshalb benutzen sowjetische Lernpsychologen die Methode des Interviews oder eine Reihe von Interviews mit Schülern. Beim Lösen mathematischer Aufgaben wird der Lösungsweg, der Dialog zwischen Lehrer und Schüler, protokolliert und danach analysiert; objektive Leistungstests, die nur Lernergebnisse der Schüler messen, werden skeptisch, wenn nicht gar ablehnend beurteilt, sowohl als Hilfen für Unterrichtsentscheidungen als auch zur Erforschung mathematischer Fähigkeiten. Dies wird damit begründet, daß die Statusevaluation zu einem deterministischen Begriff geistiger Entwicklung führt und von der Suche nach effektiven Unterrichtsverfahren zur Förderung mathematischer Fähigkeiten ablenkt (vgl. Kilpatrick/Wirszup 1969).

KRUTETSKII (1966b) verknüpfte die genetische Methode des Beobachtens der Fähigkeiten von Schülern in Lern- und Lehrsituationen mit testähnlichen Problemaufgaben. Er untersuchte den Prozeß der Bildung und Entwicklung mathematischer Fähigkeiten in verschiedenen Altersstufen, wobei Fähigkeiten definiert werden als "individual-psychological peculiarities of the individual that determine success in the mastering of activity in one field or another" (ebd.S.15). Sie werden bedingt durch

- eine positive Einstellung zur Tätigkeit, auf die sie sich beziehen, d.h. durch Interessen und Neigungen
- Charaktereigenschaften bzw. Persönlichkeitsvariablen wie Ausdauer und Selbstdisziplin
- geistige Prozesse: Wahrnehmungsvermögen, Denken, Gedächtnis, Vorstellungskraft.

Für die Untersuchung der Struktur mathematischer Fähigkeiten und der Entwicklung ihrer Hauptkomponenten unter dem Einfluß von Unterricht analysierte Krutetskii Lösungsprozesse mathematischer Aufgaben. Er beobachtete, wie Schüler Probleme lösen, welche Methoden sie dabei verwenden und welche Schwierigkeiten auftreten. Der quantitative Aspekt des Problemlösens - die Frage, wieviel Aufgaben in welcher Zeit gelöst werden können - trat gegenüber der qualitativen Ana-

lyse des Lösungsprozesses in den Hintergrund.

Um den Prozeß des Problemlösens sichtbar zu machen und um den qualitativen Fortschritt beim Lösen von Aufgaben analysieren zu können, wurden Serien von Problemtypen benutzt, wobei die Aufgaben innerhalb dieser Serien nach folgenden Kriterien ausgewählt wurden (1969a, S.17):

- (1) Die Probleme sollten verschiedene Schwierigkeitsgrade umfassen, jedoch nicht zu leichte und zu schwierige, so daß "they could be easily solved by the overwhelming majority of pupils".
- (2) Im Zusammenhang damit sollten Probleme mit Elementen mathematischer Kreativität ausgewählt werden, "to analyze the process of forming a new skill".
- (3) Die Probleme sollten sich auf neues Material, welches in diesem Zusammenhang erarbeitet wurde, beziehen, "to observe how new skills are mastered".
- (4) "Finally, the problems were to be dictated by the nature of our investigation - the process of solving them was to aid in clarifying the question of aptitudes for learning mathematics".

Jeder Problemtyp wurde in Aufgabenfolgen mit zunehmendem Schwierigkeits- und Komplexitätsniveau realisiert und in Unterrichtssituationen dargeboten, damit die Stellen, an denen Schwierigkeiten beim Lösen eines Aufgabentyps eintraten, exakt erkannt und die Effekte gezielter Hilfen beim Bearbeiten mathematischer Aufgaben an eben diesen Stellen untersucht werden konnten.

Dabei benutzte Krutetskii folgende Problemtypserien (vgl. 1966b, S.18ff und 1969b, S.63ff):

- Probleme mit einer unformulierten Fragestellung, die die Fähigkeit testen, Fragen, die logisch aus gegebenen Problemstellungen folgen, zu formulieren, und die damit prüfen, ob der Schüler die grundlegenden mathematischen Beziehungen des Problems wahrgenommen hat.

- Probleme mit überflüssigen Angaben, die sinnverstellend wirken. Sie zielen auf die Fähigkeit, die für die Problemlösung wesentlichen mathematischen Beziehungen zu erkennen und die unwesentlichen Fakten zu vernachlässigen.
- Probleme mit unzureichenden Voraussetzungen. Hier geht es um die Fähigkeit, die für die Lösung wesentlichen Elemente herauszufinden und zu erkennen, welche in der Aufgabenstellung fehlen.
- Gruppen von aufeinander bezogenen Problemen, jeweils auf einen bestimmten Problembereich bezogen, innerhalb derer die einzelnen Aufgaben sukzessiv gestellt werden; jede Problemgruppe ist aus fünf Problemen zusammengesetzt: ein initiales Problem, ein Problem, das dem ersten äußerlich ähnelt, jedoch ein Problem anderen Typs verkörpert, sowie drei weitere Probleme, die dem ersten ähneln. Damit soll die Fähigkeit, Probleme aufgrund ihrer wesentlichen Elemente und nicht aufgrund äußerlicher Übereinstimmung zu klassifizieren, angesprochen werden.
- Probleme mit mehreren Lösungen, bei denen verschiedene Problemlösungsmethoden gefunden oder vorgegebene Lösungsmöglichkeiten begründet beurteilt werden sollen.
- Ein System von Problemen, die schrittweise von einer konkreten zu einer abstrakten, allgemeinen Ebene aufsteigen. Die einzelnen Elemente eines Problems müssen nach und nach verallgemeinert werden, bis auf einer Zwischenstufe die konkrete Ebene verlassen wird und die Verallgemeinerung stattfindet.
- Probleme mit wechselndem Inhalt, bei denen sich ein auf den ersten Blick unwichtiges Element eines gegebenen Problems ändert, das jedoch den Inhalt des Problems entscheidend verändert.
- Unbekannte Probleme eines bestimmten Typs, zu denen einige Probleme gleichen Typs erfunden werden sollen.
- Verallgemeinerungsprobleme, die die Fähigkeit, schon gelernte mathematische Sachverhalte auf vorgegebene Beispiele anzuwenden, erfordern.

- Probleme, bei denen algebraische Sätze bewiesen werden sollen.
- Umkehrungsprobleme. Hierbei soll getestet werden, wie nach dem Lösen eines Problems Umkehrprobleme gelöst werden und wie sich der Wechsel zu Umkehrgedankengängen vollzieht.
- Probleme, die mit visuellen Hilfen gelöst werden können. Dabei wird geprüft, wie die visuellen Hilfen eingesetzt werden bzw. was an ihre Stelle tritt, wenn sie nicht benutzt werden.
- Probleme, die mit graphischen Methoden und mit logischen Schlußfolgerungen gelöst werden können. Sie testen die Fähigkeit, nach dem Lösen einer Aufgabe mit Hilfe graphischer Darstellungen diese Aufgabe dann mit Hilfe schlußfolgernden Denkens zu lösen und umgekehrt.
- Probleme, die die Entwicklung räumlicher Begriffe verlangen.
- Unrealistische Probleme, deren Form logisch korrekt ist, deren Daten jedoch nicht.
- Probleme mit einer komplexen und schwer zu merkenden Bedingung.

Anhand dieser Problemtypen schälte KRUTETSKII (1966b, 1969a, 1969b, 1969c) folgende Grundkomponenten der Struktur mathematischer Fähigkeiten heraus:

1. Formalisierte Wahrnehmung mathematischen Materials: Während des Prozesses der Wahrnehmung wird der mathematische Gegenstand formalisiert, d.h. die formale Struktur eines konkreten mathematischen Problems wird erfaßt; der spezielle Inhalt des Problems wird außer acht gelassen, und nur die Beziehungen zwischen den das Problem kennzeichnenden Elementen werden wahrgenommen und bleiben erhalten. Die Fähigkeit, die formale Struktur eines konkreten mathematischen Problems zu entdecken, beinhaltet das Herausfinden der für die Problemlösung notwendigen Tatsachen und das Erkennen der überflüssigen, unnötigen und unwichtigen, aber auch der unzureichenden und fehlenden Daten (als analytische Tätigkeit) und das

Erfassen und Systematisieren der Beziehungen und Abhängigkeiten zwischen den Aufgabenelementen (als synthetische Tätigkeit). Ein wesentlicher Aspekt dieser Komponente ist die Wahrnehmung und Bewertung eines Problems aus verschiedenen Blickwinkeln. So kann beispielsweise die Gleichung $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ als eine Möglichkeit dafür erkannt werden, den Sinus eines Winkels aus dem gegebenen Kosinus oder umgekehrt den Kosinus aus dem Sinus abzuleiten. Aber auch andere Aspekte können wahrgenommen werden wie z.B. die Eigenschaften, daß Sinus und Kosinus eines Winkels niemals größer als 1 sein können und daß, wenn die Summe zweier Quadratzahlen gleich 1 ist, eine von ihnen der Sinus und die andere der Kosinus desselben Winkels sein muß.

2. Schnelle und umfassende Verallgemeinerung mathematischen Materials: Hierunter fallen die Fähigkeit, das Gemeinsame in unterschiedlichen mathematischen Problemstellungen zu sehen und ein konkretes Problem als Repräsentant einer Klasse von Problemen gleichen Typs zu erkennen, die Fähigkeit, ein gegebenes Problem als Spezialfall eines allgemeineren Problems aufzufassen und in allgemeiner Form zu lösen, und die Fähigkeit, eine Aufgabenstellung als Verallgemeinerung eines schon gelösten Problems wahrzunehmen, Elemente der bekannten Problemlösungsmethode zu verallgemeinern und auf die neu zu lösende Aufgabe zu übertragen.

3. Verkürzung des Gedankengangs (Reduktionsfähigkeit): Damit ist die Fähigkeit gemeint, Zwischenschritte im Prozeß des Schlußfolgerns zu überspringen, wodurch der Prozeß zusammengefaßt und reduziert wird. Drei Ausprägungsgrade dieser Fähigkeit sind erkennbar:

- (1) Die ausgelassenen Zwischenschritte werden wahrgenommen.
- (2) Die weggelassenen Zwischenglieder werden nicht mehr wahrgenommen, die Schlußfolgerungskette kann aber bei Bedarf leicht ausgeweitet werden.
- (3) Die Schlußfolgerungskette wird nicht verkürzt, da schon in verkürzten Strukturen gedacht wird; die Vervollständigung

der Schlußfolgerungen bereitet deshalb Schwierigkeiten.

Krutetskii führt ein Beispiel für eine extrem starke Ausprägung dieser dritten Stufe an (vgl. 1966b, S.25): Ein mathematisch leistungsfähiger Schüler gab auf die Frage, wie groß die Strecke $\overline{OO_1}$ in dem abgebildeten geometrischen Problem (siehe Abb. 3) sei,

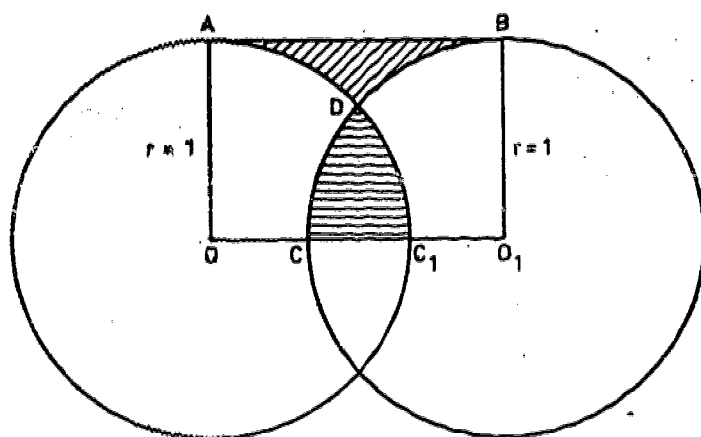


Abbildung 3
(nach Krutetskii 1966b, S.25)

Wie lang ist die
Strecke $\overline{OO_1}$?

wenn die gestrichelten Flächen gleich groß sind und der Radius der Kreise jeweils $r = 1$ ist, ohne zu zögern die Antwort $\frac{\pi}{2}$. Aufgefordert, dieses Ergebnis zu erläutern, konnte er nur erklären, daß im Viertelkreis CO_1B die gestrichelte Fläche durch die gleichgroße Fläche ABD ersetzt werden müsse. Eine Begründung könnte indessen etwa so lauten:

- die Strecke $\overline{OO_1}$ ist eine Seite des Rechtecks AOO_1B und kann über den Umweg der Flächenberechnung dieses Rechtecks

erhalten werden, da die Seite r des Rechtecks die Länge 1 hat;

- die Fläche des Rechtecks AOO_1B ist gleich der Summe aus den Flächen beider Viertelkreise und der Fläche ABD abzüglich der flächengleichen Überschneidungsfläche CDC_1 der beiden Viertelkreise, also der Fläche des halben Einheitskreises: $\frac{\pi}{2}$.

4. Gedankenflexibilität: Eine wichtige Fähigkeit innerhalb dieser Komponente ist das leichte und schnelle Umschalten von einer Denkopoperation zu einer anderen, im Extremfall von einem Gedanken zu seiner Umkehrung (Reversibilität). Hierzu ein Beispiel (vgl. ebd. S. 26): Beim Lernen der binomischen Formel $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ wird nicht nur erkannt, daß das Produkt aus der Summe und der Differenz zweier Zahlen a und b als Differenz ihrer Quadrate darstellbar ist, sondern gleichzeitig auch, daß sich die Differenz zweier Quadratzahlen in Faktoren aufspalten läßt. Zur Flexibilität gehören

- die Erkenntnis, daß ein Problem, auch in der Mathematik, auf unterschiedlichen Wegen gelöst werden und verschiedene Lösungen haben kann,
- die Fähigkeit, mehrere Lösungsmöglichkeiten eines Problems wahrzunehmen und nicht nur stereotype Lösungsmethoden anzuwenden und
- die Bereitschaft, Methoden, die nicht oder nur auf Umwegen zum Ziel führen, aufzugeben.

Oft müssen bekannte Denkmethode "aufgebrochen" werden, damit ein Problem gelöst werden kann. Bei Krutetskis Versuchspersonen zeigten sich nicht nur Schwierigkeiten beim Übergang von einer leichteren zu einer komplizierteren, sondern gerade beim Umschalten von einer komplizierten, aber vertrauten, zu einer einfachen, aber neuen und ungewohnten Lösungsmethode.

5. Streben nach Denkökonomie, nach Klarheit, Einfachheit und Verfeinerung mathematischer Lösungsmethoden: Diese Komponente der mathematischen Fähigkeitsstruktur ist gekennzeichnet durch die Fähigkeit, verschiedene Lösungsmethoden zu beschreiben, zu vergleichen, gegeneinander abzuwägen und zu bewerten, um anschließend eine einfache und ökonomische Möglichkeit auszuwählen, und durch das kreative Suchen nach Verbesserungsmöglichkeiten für die gefundene Lösungsmethode.

6. Mathematisches Gedächtnis: Darunter ist nicht ein Zahlen- oder ein gutes Gedächtnis isolierter Tatsachen zu verstehen, sondern ein schnelles Sich-erinnern-können an mathematische Problem- und Problemlösungstypen und Schlussfolgerungs- und Beweisschemata. Es hat selektiven Charakter: nicht die gesamte Informationsmenge wird gespeichert, sondern nur die Informationen, die vom konkreten Inhalt losgelöst sind. Mathematische Beziehungen bleiben im Gedächtnis, Konkretes, Spezielles und für späteres Problemlösen Unwichtiges dagegen nicht.

Neben diesen festen Komponenten der Struktur mathematischer Fähigkeiten gibt es, so KRUTETSKII (1966b), Komponenten, die zusätzlich vorhanden sein können und die somit den Typ mathematischer Fähigkeit bestimmen. Dazu gehört die Entwicklung räumlicher Begriffe, das räumliche, geometrische Vorstellungsvermögen, d.h. die Fähigkeit, sich die räumliche Lage eines geometrischen Körpers und die Anordnung seiner Teile zueinander vorzustellen. Durch das Fehlen bzw. die mehr oder weniger starke Ausprägung dieser Komponente werden zwei grundlegende Typen mathematischer Fähigkeiten, algebraische und geometrische Fähigkeiten, charakterisiert. Die Zusammensetzung und Ausprägung der einzelnen Komponenten kann in verschiedenen Individuen unterschiedlich sein, wodurch verschiedene Typen mathematischer Fähigkeit entstehen.

Welchen Stellenwert nimmt Krutetskii's Ansatz mit seiner charakteristischen Verknüpfung von Untersuchungsgegenstand (Lernvoraussetzungen) und Methode (Prozessbeobachtung) inner-

halb der sowjetischen Lernpsychologie ein? Aufgrund der spezifischen Eigenentwicklung der sowjetischen Lernpsychologie (vgl. Menschinskaya 1969) können wir einen nur skizzenartigen Überblick geben, um anschließend auf den allgemeinen denpsychologischen Ansatz Rubinsteins näher einzugehen, was wir im folgenden begründen.

Krutetskii steht mit seiner Forschung in der Tradition der sowjetischen Lernpsychologie, die sich methodisch durch einen Forschungsansatz auszeichnet, nicht mehr "cross-sectional" die Daten von Schülern verschiedener Alters- und Entwicklungsstufen zu vergleichen, sondern 'genetisch' die Entwicklung des Lernerfolges einer bestimmten Gruppe von Schulkindern zu verfolgen. Diese Methode schlägt sich in einer neuen Form des Experiments, dem 'Lehrexperiment' nieder, in dem die Untersuchung mit pädagogischem Einfluß verbunden wird; übriges findet dieser Ansatz im Westen mit "action research", das heißt feldbeeinflussender Forschung (vgl. Fischl 1975), seine Entsprechung.

In dem Maße, in dem sich die sowjetische Lernpsychologie, ihre Untersuchungen nach Untersuchungsgegenständen differenzierend, ausweitete, gewann nicht nur die fachspezifische Lernpsychologie, sondern auch die allgemeine Denkpsychologie an Raum. Wurde bislang Entwicklung als Folge einander ablösender, von Lernmethoden und Lerninhalten unabhängiger Reifestadien aufgefaßt, tendiert man nun dazu, Lernprozesse unter dem Einfluß von variierenden Inhalten und Methoden zu untersuchen. Ein solches Vorgehen bewirkte eine Auffassung von Unterricht als ein zielgerichtetes, bewußtes Vorgehen; damit waren die sowjetischen Lernpsychologen in der Lage, dem in den USA vorherrschenden Behaviorismus und einer seiner Varianten, dem Konnektivismus Thorndikescher Prägung (Verhalten und Lernen als Verbindung von Reiz und Reaktion, Übung als mechanisches Training) eine Alternative aufzuzeigen.

Diese spezifische Entwicklung fand ihren Niederschlag in einer allgemeinen Denktheorie, an die die speziellen Lerntheo-

rien angebunden werden können; übrigen ist diese Denktheorie umfassend genug, solch gegensätzliche Richtungen zuzulassen wie die Krutetskii's, der den individuellen Lernvoraussetzungen im Mathematikunterricht eine zentrale Stellung einräumt, und Galperins, der individuelle Lernvoraussetzungen nur insoweit akzeptiert, als sie Ausdruck zurückliegender, unzureichender Lernerfahrungen sind (vgl. Krutetskii 1969).

Krutetskii's Theorie ist, wie die der meisten sowjetischen Lernpsychologen und solchen aus der DDR, an der grundlegenden Denkpsychologie RUBINSTEIN'S (1958, dtsh. 1972) orientiert. Denken ist für Rubinstein ein Prozeß, eine Tätigkeit; Denken findet in ununterbrochener Wechselwirkung zwischen Mensch und Objekt statt (1972, S. 17ff). Diese Wechselwirkung wird durch geistige Handlungen, durch den dialektischen Prozeß von Analyse und Synthese hervorgerufen (vgl. ebd. S. 30ff), was auch von Krutetskii als umfassendes Merkmal mathematischer Problemlösungsprozesse angesehen wird (vgl. 1969c, S. 106f). Solche hypothetischen Konstrukte können nach RUBINSTEIN (1972) teilweise empirisch verifiziert werden, indem etwa die "gerichtete Analyse", beispielsweise der Bedingungen einer Aufgabe, durch den synthetischen Akt des In-Beziehung-Setzens der Bedingungen mit den Forderungen erschlossen wird (vgl. ebd. S. 33). Da die Analyse als Erkenntnistätigkeit die wesentlichen Bedingungen von Problemen herausstrahlt, kann sie auch in Abstraktion übergehen, die auch als "spezifische Form der Analyse, die sie beim Übergang zum abstrakten Denken in Begriffen annimmt", bezeichnet wird (ebd. S. 34f). Synthese bezeichnet den Bereich der Erkenntnistätigkeit, der für das Herstellen von Beziehungen, Gegenüberstellungen und Verbindungen zwischen verschiedenen Elementen zutrifft (vgl. ebd. S. 36).

Abstraktion und Generalisation als Fähigkeit, das Wesentliche auszusondern, bezeichnet Rubinstein als das "Hauptmerkmal des Verstandes überhaupt" (ebd. S. 41). Auch sie stehen in einem dialektischen Zusammenhang, in dem Generalisation eine Verallgemeinerung dessen, was in einem analytischen Abstraktionsprozeß aus dem Beiläufigen, Unwesentlichen, Verfälschenden als

Wesentliches extrahiert wurde, ist (vgl.ebd.S.41). Indem im Denkverlauf diese Operationen sich herausbilden und das Individuum diese generalisiert und fixiert, "prägt sich das Denken als Fähigkeit aus, konstituiert sich der Intellekt" (ebd.S.48).

Interessanterweise werden Erkenntnisse über allgemeine geistige Fähigkeiten aus der Beobachtung von Problemlöseverhalten von Schülern bei mathematischen Problemen gewonnen. Dabei steht nicht das Produkt des Problemlöseprozesses, das die behavioristisch orientierten Empiriker des Westens mit ihrem diagnostischen Instrument der Statusevaluation auf seine Voraussetzungen hin untersuchen, sondern die Verlaufseigenschaften im Vordergrund:

"Selbstverständlich kann man den Denkprozeß aufgliedern. So führt die Analyse einer Aufgabe zum Gegebenen und Gesuchten, die Analyse des Gegebenen in bezug auf die Forderungen der Aufgabe führt zu den Bedingungen, die das Bekannte und Gesuchte darstellen usw. Unter dem Aspekt des erreichten Resultates bietet sich jedes Glied des Denkprozesses als einheitlicher Akt dar (als geistige Operation)" (ebd.S.47).

Von den Besonderheiten der jeweiligen Gegenstandsbereiche ab-zusehen und die logische Struktur solcher Operationen freizulegen, läßt sich offensichtlich am deutlichsten anhand von mathematischen Problemen vollziehen. Aufgrund dieser idealtypischen Eigenschaften von Mathematik steht auch in der Denkpsychologie Rubinsteins der wiederholt von den Gestaltpsychologen vorgetragene Aspekt im Vordergrund, "früher einmal gefundene Lösungen (Kenntnisse) auf neue Aufgaben" zu übertragen (ebd.S.65). Das erscheint deswegen wichtig, weil in einer solchen Übertragung das Lösungsmoment mancher Aufgaben gesehen wird und umgekehrt das Fehlen einer solchen Fertigkeit als häufig zu beobachtender Fehler anerkannt wird (vgl.ebd. S.65. Beispiel ebd.S.67ff). Wir können also feststellen, daß es in der sowjetischen Lernpsychologie offensichtlich einen engen Bezug gibt zwischen mathematischen Fähigkeiten, wie sie Krutetskii analysiert und als Qualifikationen postuliert, und allgemeinen intellektuellen Denkfähigkeiten.

Denken ist jedoch bei Rubinstein nicht ausschließlich Transferleistung; es konstituiert sich außerdem in der Interaktion mit Sprache, wie es sich etwa bei Problemlösungen erweist, die von der Repräsentation der Problemstellungen (verbal, schriftlich, symbolisch) abhängen.

Darüber hinaus sieht er eine Wechselbeziehung von Wahrnehmung von Qualitäten eines Objekts und Denkprozeß. Von dieser Wechselbeziehung nimmt er an, daß sie den Sachverhalt erklärt, daß erst im Verlauf des Denkprozesses gewisse Eigenschaften eines Objekts wahrgenommen werden und nicht schon zu Beginn, was er an einem mathematischen Beispiel verdeutlicht (siehe Abb. 4).

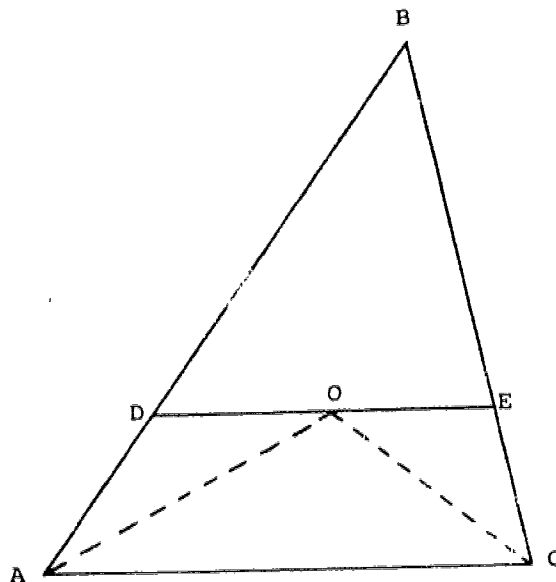


Abbildung 4
(Rubinstein, 1958;
dtisch.1972, S.96)

Problem zur Erfassung der
Wechselbeziehung von Wahr-
nehmung der Problemeigen-
schaften und Denkprozeß.

Zu einer in einem Dreieck durch den Schnittpunkt zweier Win-

Winkelhalbierenden gezogenen Geraden, die parallel zu der Verbindung der Endpunkte der Winkel liegt, soll bewiesen werden, daß die Länge dieser Parallelen innerhalb des Dreiecks gleich der Summe der Abschnitte ist, die durch die Schnittpunkte der Parallelen mit den übrigen Dreiecksseiten und den zu den Winkeln gehörenden Eckpunkten gebildet werden (vgl.ebd.S.96).

Beweis:

- (1) $\angle OAC = \angle DOA$ (Wechselwinkel an den Parallelen \overline{DO} und \overline{AC} und der Schnittgeraden \overline{AO})
- (2) $\angle OAD = \angle OAC$ (Voraussetzung)
- (3) $\angle OAD = \angle DOA$ (1) und (2)
- (4) $\overline{AD} = \overline{DO}$ (3)
- (5) $\overline{OE} = \overline{EC}$ (analog)
- (6) $\overline{AD} + \overline{EC} = \overline{DO} + \overline{OE} = \overline{DE}$.

Dabei gehen Rubinsteins Versuchspersonen so vor, daß sie zunächst die Winkelhalbierenden betrachten, diese dann in Beziehung zu den Parallelen \overline{AC} und \overline{DE} setzen und sie so als Schnittgerade betrachten und dabei die neue Eigenschaft, Wechselwinkel, entdecken. Sodann werden die Winkelhalbierenden in die Dreiecke mit einbezogen und erhalten eine neue Eigenschaft, Seiten der Teildreiecke AOD und OEC zu sein.

"Die Gerade \overline{AO} wird also von der Vpn jedesmal in ein neues System von Beziehungen eingeordnet, und jedesmal findet sich an ihr die neue Eigenschaft der Winkelhalbierenden, der Schnittgeraden und der Dreiecksbasis. Alle diese Eigenschaften der Geraden \overline{AO} , die auf diese Weise ermittelt worden sind, werden zueinander in Beziehung gesetzt, und erst diese Korrelation liefert die Aufgabenlösung" (ebd.S.97).

Offensichtlich scheinen in dieser Frage, der Wechselwirkung von Problemetails, ihrer Gesamtheit und dem Lösungsprozeß, die Auffassungen von Rubinstein und gestaltpsychologisch orientierten Intelligenztheoretikern wie Meili zu konvergieren. Darüber hinaus ist auch eine Übereinstimmung, vernachlässigen wir einmal die unterschiedlichen erkenntnis-

theoretischen und erkenntnisleitenden Standpunkte, mit frühen Gestaltpsychologen, etwa DUNCKER (1935), in der Frage des zentralen Stellenwerts des Umformens, Umzentrierens oder Umformulierens sowohl allgemein bei Problemlöseprozessen (Rubinstein) als auch bei produktiven Problemlöseprozessen (Duncker) festzustellen.

Rubinstein charakterisiert diese Umformulierungen so:

"Die Umformulierungen, von denen bisher die Rede war, rührten daher, daß die Analyse bei Einbeziehung der Objekte in neue Zusammenhänge an denselben Objekten neue Eigenschaften aufdeckte, die sich in neuen begrifflichen Charakteristiken äußerten. Eine Umformulierung der Aufgabe erfolgt aber auch dann, wenn die Analyse eine gesetzmäßige Abhängigkeit und daher auch gegenseitige Einsetzbarkeit zweier Sätze aufdeckt. Dann wird der eine Satz durch einen anderen ersetzt, der größere Möglichkeiten für die weitere Analyse und Lösung der Aufgabe bietet" (ebd. S.104).

Obwohl auf verschiedenen erkenntnistheoretischen Ansätzen und unterschiedlichen erkenntnisleitenden Interessen basierend, kann also auf eine partielle Übereinstimmung zwischen Gestaltpsychologie und der Denktheorie Rubinsteins geschlossen werden. Da sich Krutetskii an Rubinsteins Konzept von Analyse und Synthese als grundlegenden geistigen Tätigkeiten anlehnt, zeigen sich auch in seinem Ansatz Übereinstimmungen mit der Gestaltpsychologie, wie auch KILPATRICK und WIRSZUP (1969) feststellen:

"Krutetskii's work on the nature of mathematical ability stands as a major contribution to the literature on thinking. Seen in perspective, his techniques and framework of analysis add yet another dimension to the line of investigation, begun by Selz, Westheimer and Duncker, and being continued today by the information - processing theorists" (ebd.S.3).

4. PERSPEKTIVEN FÜR WEITERE DIDAKTISCHE FORSCHUNG

Überlegungen zum Stellenwert der hier referierten theoretischen Ansätze zur Struktur mathematischer Fähigkeiten innerhalb der didaktischen Forschung sollten möglichst an deren Defiziten und praktischen Konsequenzen ansetzen.

Die verschiedenen Intelligenzstrukturmodelle liefern eine Fülle aufeinander abgestimmter Faktoren, die als mathematische Fähigkeiten interpretiert werden, so daß sich eine Kohärenz zwischen mathematischen und allgemein-intellektuellen Fähigkeiten zeigt. Daß diese sogar hochgradig kohärent sind, nahezu alle Intelligenzfaktoren als mathematische Fähigkeiten aufzufassen sind, liegt jedoch in dem Verfahren begründet, allgemeine intellektuelle Fähigkeiten mit vorwiegend mathematischem Material zu erfassen. Es muß also mit Nachdruck darauf hingewiesen werden, daß mit Intelligenztests dieser Art nur ein abgegrenzter, spezifischer Bereich intellektueller Fähigkeiten erfaßt wird, nämlich die Fähigkeit zum Umgang mit eben dem Material, das dem Test zugrunde liegt.

Zum anderen werden innerhalb der Intelligenztheoretischen Ansätze die extrahierten Faktoren nahezu ausschließlich material interpretiert. Über die Wirkungsweise dieser Fähigkeiten bei der Auseinandersetzung mit Problemen können damit noch keine Aussagen getroffen werden. Eine Ausnahme bildet wohl der gestalttheoretisch orientierte Ansatz von Meili.

Die deskriptiven Ansätze kommen diesem Einwand entgegen, indem mögliche Wirkungsweisen mathematischer Fähigkeiten angedeutet werden, etwa bei Krutetskii. Über das Zusammenwirken solcher Fähigkeiten untereinander und mit anderen kognitiven oder sozial-affektiven Fähigkeiten im Problemlöseprozeß sagen faktorenanalytische und deskriptive Ansätze nur sehr wenig aus. Bei den deskriptiven Ansätzen kommen die Schwierigkeiten ihrer empirischen Überprüfbarkeit hinzu.

Beide Richtungen zur Untersuchung mathematischer Fähigkeiten stehen relativ unvermittelt nebeneinander, obwohl beide Richtungen den gleichen Gegenstand untersuchen. Und obwohl es einige Versuche gibt, bei faktorenanalytischen Untersuchungen von denkpsychologischen Hypothesen auszugehen und denkpsychologische Erkenntnisse zur Interpretation faktorenanalytischer Ergebnisse zu benutzen, etwa bei MEILI (1964) oder MERRIFIELD u.a. (1962), zeigt sich eine Verknüpfung der unterschiedlichen Ansätze als deutliches Desiderat.

Es bleibt abschließend die Frage nach der Relevanz faktorenanalytischer und deskriptiver Ansätze für den Mathematikunterricht zu stellen. Beide Richtungen stimmen darin überein, mit Hilfe der Erfassung der Struktur mathematischer Fähigkeiten die individuellen Lernvoraussetzungen differenzierter zu beurteilen und zu berücksichtigen, als es mit traditioneller Leistungsmessung möglich ist (vgl. Treumann 1974, S.144; Krutetskii 1969a, S.5). Offen bleibt allerdings die Frage der Realisierungsmöglichkeit der Folgerungen aus einer Theorie zur Struktur mathematischer Fähigkeiten. Für den faktorenanalytischen Ansatz hat TREUMANN (1974) die Schwierigkeiten und Probleme der Anwendbarkeit in der Schule aufgezeigt.

Obwohl Krutetskii's Ergebnisse als vorläufig betrachtet werden müssen, geben sie doch Hinweise für Anwendungsmöglichkeiten im Mathematikunterricht. In der DDR haben sich Ansätze herausgeschält, Rubinsteins generelle Betrachtungsweise von geistigen Operationen als Prozesse von Analyse und Synthese sowie Krutetskii's spezifische Betrachtungsweise mathematischer Fähigkeiten aufzunehmen. So klassifiziert GULLASCH (1973) mathematische Fähigkeiten nach den Gesichtspunkten

- Abstraktion
- Verallgemeinerung
- Reversibilität
- Reduktion

und versucht gleichzeitig eine Quantifizierung, indem er "Ausprägungsgrade" mathematischer Fähigkeiten untersucht.

"Es genügt nicht, zu erfahren, wozu der konkrete Mensch befähigt ist. Gleichzeitig muß auch die jeweilige Niveaustufe, die Höhe seiner Fähigkeiten bestimmt werden" (ebd.S.25).

Anhand der Untersuchung von Merkmalsklassen mathematischer Fähigkeit und ihrer Ausprägungen erhofft Gullasch dadurch Fähigkeitsprofile zu bestimmen, indem er beim Lösen merkmalspezifischer Aussagen ein System von gestuften Hinweisen, die an möglichen Defiziten orientiert sind, zur Verfügung stellt und aus der Wahl der Hilfen auf den Ausprägungsgrad des Merkmals zurückschließt. Diesen Ansatz könnte man kenn-

zeichnen als Defizitdiagnose durch Wahlentscheidung. Daraus ergeben sich Möglichkeiten für therapeutische Maßnahmen, die zur Beseitigung des durch die Wahl der Hilfe diagnostizierten Defizits beitragen.

Gullaschs Ansatz zeigt ausgeprägten Modellcharakter, der zwar wegen seiner Überschaubarkeit die Praktikabilität im Unterricht erhöht, jedoch aufgrund seiner Beschränkung auf vier Merkmalsklassen und drei Niveaustufen, bei denen überdies gefragt werden muß, ob diese auf einem Kontinuum liegen, der Krutetskiischen Aspektfülle nicht entspricht.

Darüber hinaus müssen wir bei diesem wie auch bei anderen, auch faktorenanalytischen Ansätzen - ihre Praktikabilität bei uneingeschränkter Aspektfülle einmal vorausgesetzt - fragen, welche Auswirkungen sie auf den Mathematikunterricht haben. Greifen wir unseren eingangs aufgeführten Aspekt von Unterricht als Interaktion von individuellen Lernvoraussetzungen und Curriculum auf, können wir feststellen, daß wir über die individuellen Lernvoraussetzungen hinreichend genaue Aussagen treffen können. Darauf abgestimmte Differenzierungsmaßnahmen im Unterricht ergeben sich aus der Kenntnis der individuellen Lernvoraussetzungen nicht "automatisch", sondern sind abhängig von der zugrundeliegenden allgemeinen Zielsetzung des Unterrichts.

Aufgabe didaktischer Forschung wäre es, dem Lehrer Handlungsmodelle zur Verfügung zu stellen, damit er je nach Lernvoraussetzungen und Zielvorstellungen eine Differenzierung durch Individualisierung leisten kann. Eine solche Differenzierung bedeutet, innerhalb von Problemstellungen zu differenzieren, Lernen durch Variationen der Problemstellungen, Variationen der Repräsentationsmodi und Reflektion der Formen der Lehrer-Schüler-Interaktion und Schüler-Schüler-Interaktion zu ermöglichen. Für den augenblicklichen Stand der didaktischen Forschung bleibt diese Forderung programmatisch, solange SHULMANS (1974) klassische Äußerung hinsichtlich der in letzter Zeit sich ausbreitenden ATI-Forschung (aptitude-treatment-interaction), d.h. des Ansatzes, Fähigkeiten zu diagnostizieren und

durch darauf abgestimmte Unterrichtsmaßnahmen gezielt zu fördern, gilt:

"Wechselwirkung zwischen Begabung und Behandlung (bzw. zwischen Entwicklung und Erziehung) wird solange eine leere Platte bleiben, wie Fähigkeiten mit dem Mikrometer gemessen, Umweltgegebenheiten aber nur mit der Wünschelrute ertastet werden" (ebd.S.801).

LITERATUR

- Barakat M.K. : A Factorial Study of Mathematical Abilities.
In: Brit.Journal of Psychology, Statistical Section,
4, 1951, 137-156
- Bergler R. : Analyse der "Begabung": Die Bedingungen des intelli-
genten Verhaltens. In: Roth H. (Hrsg.): Begabung und
Lernen. Stuttgart 1968, (7) 1971, 229-268
- Beyersmann N.
Niedworok H.-W. : Die Struktur mathematischer Fähigkeiten ("Begabung")
unter besonderer Berücksichtigung des produktiven
Denkens und seiner Förderung im mathematischen Unter-
richt. Examensarbeit Universität Bielefeld 1975
- Blackwell A.M. : A Comparative Investigation into the Factors Involved
in Mathematical Ability of Boys and Girls.
In: British Journal of Educational Psychology 10, 1940,
143-153; 212-222
- Bottenberg E.H. : Lernbedingungen mathematischer Leistung. München 1972
Maiwald D.K.
- Burt C. : The Structure of the Mind: A Review of the Results
of Factor Analysis. In: British Journal of Educational
Psychology 19, 1949, 100-111; 176-199
- Cameron A.E. : A Comparative Study of the Mathematical Ability of
Boys and Girls in Secondary Schools. In: British
Journal of Psychology 16, 1925-26, 29-49
- Cattell R.B. : Theory of Fluid and Crystallized Intelligence.
In: Journal of Educational Psychology 54, 1963, 1-22.
Dtsch.: Theorie der fluiden und kristallisierten In-
telligenz: Ein kritisches Experiment. In: Skowronek H.
(Hrsg.): Umwelt und Begabung. Stuttgart 1973, 27-62
- Dewey J. : How We Think. New York 1910
- Duncker K. : Zur Psychologie des produktiven Denkens. Berlin 1935,
Neudruck 1963, engl.: 1945
- Fischler H. : Die Differenzierungsdiskussion - Opfer wissenschaft-
lichen Schlendrians? In: Die Deutsche Schule 67, 1975,
3, 166-179
- Frick J.W. : A Factor-analytic Study of Elementary Thinking.
Guilford J.P. In: Educational and Psychological Monographs 19,
Christensen P.R. 1959, 4, 469-496
Merrifield P.R.
- Guilford J.P. : Creativity. In: The American Psychologist, 1950, 5,
444-454
- Guilford J.P. : Intellectual Factors in Productive Thinking.
In: Aschner M.J.; Bish C.E. (Hrsg.): Productive Thinking
in Education. New York 1965, 5-20

- Guilford J.P. : The Nature of Human Intelligence. New York 1967
- Guilford J.P.
Hoepfner R. : The Analysis of Intelligence. New York 1971
- Gullasch R. : Denkpsychologische Analysen mathematischer Fähigkeiten. In: Psychologische Beiträge 14, Berlin 1972
- Guthke J. : Zur Diagnostik der intellektuellen Lernfähigkeit. Berlin 1972
- Hadamard J. : The Psychology of Invention in the Mathematical Field. New York 1945
- Haecker V.
Ziehen T. : Beitrag zu der Lehre von der Vererbung und Analyse der zeichnerischen und mathematischen Begabung, insbesondere mit Bezug auf die Korrelation zur musikalischen Begabung. In: Zeitschrift für Psychologie 121, 1930-31, 1-103
- Haenschke-Kramer B.
Mehl J. : Zur Untersuchung von Spezialbefähigungen auf mathematisch-naturwissenschaftlichem Gebiet. In: Zeitschrift für Psychologie 174, 1967, 285-310
- Hedinger U.K. : Die Faktorenstruktur komplexer Denkaufgaben. In: Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie 12, 1965, 337-403
- Jäger A.O. : Dimensionen der Intelligenz. Göttingen 1967, 1970
- Johnson D.M. : The Psychology of Thought and Judgment. New York 1955
- Kilpatrick J.
Wirsup I. : Introduction. In: Kilpatrick J., Wirsup I. (Eds): Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics, Vol. II: The Structure of Mathematical Abilities. Stanford, Calif. 1969, 1-3
- Kilpatrick J. : Research in the Teaching and Learning of Mathematics; Paper Presented at the 56. Annual Meeting of the Mathematical Association of America. Dallas, 28.1.1973
- Köhler W. : Intelligenzprüfungen an Anthropoiden. Abhandlungen d. Preuß. Akademie d. Wissenschaften, 1917; Neuauflage: Intelligenzprüfungen an Menschenaffen. Berlin 1963
- Kommerell V. : Über mathematische Begabung. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 29, 1928
- Krutetskii V.A. : Zur Struktur der mathematischen Fähigkeiten. In: Psychologische Beiträge 6, Berlin 1966a
- Krutetskii V.A. : Age Peculiarities in the Development of Mathematical Abilities in Students. In: Soviet Education 8, 1966b, 15-27

- Krutetskii V.A. : An Investigation of Mathematical Abilities in School-Children. In: Kilpatrick J., Wirszup I. (Eds): Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics, Vol. II: The Structure of Mathematical Abilities. Stanford, Calif. 1969a, 5-57
- Krutetskii V.A. : An Analysis of the Individual Structure of Mathematical Abilities in School-Children. In: Kilpatrick J., Wirszup I. (Eds): Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics, Vol. II: The Structure of Mathematical Abilities. Stanford, Calif. 1969b, 59-104
- Krutetskii V.A. : An Experimental Analysis of Pupils' Mathematical Abilities. In: Kilpatrick J., Wirszup I. (Eds): Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics, Vol. II: The Structure of Mathematical Abilities. Stanford, Calif. 1969c, 105-111
- Meili R. : Grundlegende Eigenschaften der Intelligenz. In: Schweizerische Zeitschrift für Psychologie 2, 1943/44, 166-175 und 265-271
- Meili R. : Die faktorenanalytische Interpretation der Intelligenz. In: Schweizerische Zeitschrift für Psychologie 23, 1964, 135-155
- Menschinskaya N.A. : Fifty Years of Soviet Instructional Psychology. In: Kilpatrick J., Wirszup I. (Eds): Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics, Vol. I, 1969, 5-27
- Merrifield P.R.
Guilford J.P.
Christensen P.R.
Erick J.W. : The Role of Intellectual Factors in Problem Solving. In: Psychological Monographs: General and Applied, Vol. 76, No. 10, Whole No. 529, 1962, 1-21
- Möbius P.J. : Über die Anlage zur Mathematik, (2) 1907
- Oldham H.W. : A Psychological Study of Mathematical Ability, with Special Reference to School Mathematics. In: Part I: British Journal of Educational Psychology 7, 1937, 269-286; Part II: British Journal of Educational Psychology 8, 1938, 16-28
- Petersen H.
Guilford J.P.
Hoepfner R.
Merrifield P.R. : Determination of 'Structure-of-Intellect' Abilities Involved in Ninth-Grade Algebra and General Mathematics. Reports from the Psychological Laboratory, No. 31. Los Angeles 1963, 1-40
- Poincaré H. : Science and Method. New York 1952
- Polya G. : Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme Bern 1949

- Roeder P.M. : Modelle der Differenzierung in Abhängigkeit von Leistungsdimensionen einzelner Fächer. In: Roeder P.M./Treumann K. (Hrsg.): Dimensionen der Schulleistung; Gutachten und Studien der Bildungskommission, Band 21/1. Stuttgart 1974
- Roth H. (Hrsg.) : Begabung und Lernen. Stuttgart 1968, (7) 1971
- Rubinstein S.L. : Das Denken und die Wege seiner Erforschung. Berlin 1968, (4) 1972, russ. 1958
- Ruthe P. : Über mathematische Begabung, ihre Analyse und ihre Prüfung bei 13-jährigen begabten Volksschülern. In: Probleme der Psychologie 1, 1920
- Schaedeli R. : Untersuchungen zur Verifikation von Meiliss Intelligenzfaktoren. In: Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie 8, 1961, 211-264
- Shulman L.S. : Pädagogische Forschung - Versuch einer Neufassung, Teil I. In: Die Deutsche Schule 66, 1974, 12, 798-809
- Spearman C. : The Abilities of Man. London 1927
- Thurstone L.L. : Primary Mental Abilities. Chicago 1938
- Thurstone L.L. : Mechanical Aptitude III. Analysis of Group Tests. Chicago 1949
- Thurstone T.G.
- Thomas H. : Die mathematische Begabung und ihre Prüfung. In: Ind.Ps., 6, 1929
- Treumann K. : Leistungsdimensionen im Mathematikunterricht. In: Roeder P.M. u. Treumann K. (Hrsg.): Dimensionen der Schulleistung; Gutachten und Studien der Bildungskommission, Band 21/2. Stuttgart 1974
- Vernon P.E. : The Structure of Human Abilities. London 1961
- Very P.S. : Differential Factor Structures in Mathematical Ability. In: Genetic Psychology Monographs 75, 1967, 169-207
- van der Waerden : Einfall und Überlegung. Basel 1954
- Wagenschein M. : Ein Unterrichtsgespräch zu dem Satz Euklids über das Nicht-Abbrechen der Primzahlreihe. In: Der Mathematikunterricht 8, 1962, 4, 29-38
- Weber H. : Untersuchungen über die Faktorenstruktur numerischer Aufgaben. In: Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie 1, 1953, 336-393
- Werdelin I. : The Mathematical Ability. Lund 1958
- Wertheimer : Produktives Denken. Frankfurt (2) 1964; engl. Productive Thinking, 1945
- Wrigley J. : Factorial Nature of Ability in Elementary Mathematics. In: British Journal of Educational Psychology 28, 1958, 61-78